

माध्यम

H

समय : 3:00 घंटे

2018 (II)
गणित विज्ञान
प्रश्न पत्र

विषय कोड

4

पुस्तिका कोड

C

पृष्ठांक : 200 अंक

लक्षण

1. आपने हिन्दी को नामगम देना है। इस परीक्षा पुस्तिका में एक तीव्र वीक्षण (20 भाग 'A' में, 40 भाग 'B', 60 भाग 'C' में) बहुत विकल्प प्रश्न (MCQ) दिए गए हैं। आपको भाग 'A' में से-अधिकतम 15 और भाग 'B' में 25 प्रश्नों तथा भाग 'C' में से 20 प्रश्नों के उत्तरदात देने हैं। यदि निम्नालिखित से अधिक प्रश्नों से उत्तरदात दिए गए तब उनके उत्तर पहले भाग 'A' से 15, भाग 'B' से 25 तथा भाग 'C' से 20 उत्तरों की जांच की जाएगी।
2. उत्तर पत्र बलित से दिया गया है। आपना रोल नम्बर और केन्द्र का नाम लिखने से पहले वह जांच लीजिए कि पुस्तिका में पूछे गये और उत्तरों की तथा कहीं से कटे-कर्ट नहीं हैं; यदि ऐसा है तो आप इन्विजीलेटर से उत्तरों को भी पुस्तिका बदलने का नियंत्रण कर सकते हैं। इसी तरह यह उत्तर पत्र को भी योग्य हो जाएगा।
3. उत्तर पत्रक के पृष्ठ 1 में दिए गए स्थान पर आपना रोल नम्बर, नाम तथा इस परीक्षा पुस्तिका का क्रमांक लिखिए, साथ ही आपना हस्ताक्षर भी अंकित करें।
4. आप अपनी ओप्टिकल डिस्ट्रिब्युटर प्रश्न के रोल पत्र, विषय कोड और केन्द्र कोड से संबंधित सम्पूर्ण उत्तरों को काले चौंके रूप से अंकित कराते हों। यह एक गाव परीक्षार्थी की जिम्मेदारी है कि वह उत्तर पुस्तिका में दिए गए निर्देशों का पूरी रूप से पालन करें, ऐसा न करने पर कम्प्यूटर विवरणों का उत्तीर्ण से अनुचित नहीं कहा पाएगा, जिससे अंततः आपको छानि, जिससे आपकी उत्तर पुस्तिका की अस्वीकृति भी कामिल, हो सकती है।
5. भाग 'A' में प्रत्येक प्रश्न 2 अंक, भाग 'B' में प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक तथा भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न 4.75 अंक का है। प्रत्येक भाग के उत्तरों का अंकगणक पूल्यांकन भाग 'A' में @ 0.5 अंक तथा भाग 'B' में @ 0.75 अंक से किया जाएगा। भाग 'C' के उत्तरों के लिए क्रमांकन मूल्यांकन नहीं है।
6. भाग 'A' तथा भाग 'B' के प्रत्येक प्रश्न के नीचे तात्पुर विकल्प दिए गए हैं। इनमें से फैलत एक विकल्प ही "सही" अथवा "हर्वॉल्डम इल" है। आपको प्रत्येक प्रश्न का सही अथवा सर्वोत्तम इल दृष्टान्त है। भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न का "एक" या एक से अधिक विकल्प सही हो सकते हैं। भाग 'C' में प्रत्येक प्रश्न के सभी विकल्पों का सही उत्तर करने पर ही इन्विजीलेटर प्राप्त होता है।
7. नकल करते हुए या अनुचित उत्तरों का प्रश्नों करते हुए या आपने बाले वस्त्रालिहाजों का इस और अन्य भागी परीक्षार्थी के लिए बायोग्राफी उत्तरात्मा जा सकता है।
8. अन्यार्थी को उत्तर पत्र के रूप दिये गए उत्तरों के अंतिक्रिय होती और कुछ भी नहीं लिखना याहिए;
9. कैलकूलेटर का उपयोग करने की अनुमति नहीं है।
10. परीक्षा समाप्ति पर छिप विन्दु विनियुक्त स्थान से OMR उत्तर पत्रक की विभाजित करें। इन्विजीलेटर को यूल OMR उत्तर पत्रक सूचीपत्रों के परिवात आप इसकी कौर्बन्हौस प्रतिलिपि ले जा सकते हैं।
11. हिन्दी भाष्यक/संस्करण के प्रश्न में विसर्जित होने/पाये जाने पर उन्हें जीवनकारण प्रमाणिक होना।
12. केवल परीक्षा की पूरी अवधि तक बैठने वाले प्रवासी को ही परीक्षा पुस्तिका साथ से जाने की अनुमति दी जाएगी।

रोल नंबर :
नाम :

अन्यार्थी हरसा भरी गई जानकारी को मैं सत्यापित करता हूँ।

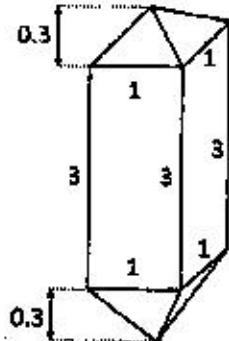
इन्विजीलेटर के हस्ताक्षर

INSTRUCTIONS

1. This Test Booklet contains one hundred and twenty (20 Part 'A' + 40 Part 'B' + 60 Part 'C') Multiple Choice Questions (MCQs). You are required to answer a maximum of 15, 25 and 20 questions from part 'A' 'B' and 'C' respectively. If more than required number of questions are answered, only first 15, 25 and 20 questions in Parts 'A' 'B' and 'C' respectively, will be taken up for evaluation.
2. OMR answer sheet has been provided separately. Before you start filling up your particulars, please ensure that the booklet contains requisite number of pages and that these are not torn or mutilated. If it is so, you may request the Invigilator to change the booklet of the same code. Likewise, check the OMR answer sheet also. Sheets for rough work have been appended to the test booklet.
3. Write your Roll No., Name and Serial Number of this Test Booklet on the OMR Answer sheet in the space provided. Also put your signatures in the space earmarked.
4. You must darken the appropriate circles with a black ball pen related to Roll Number, Subject Code, Booklet Code and Centre Code on the OMR answer sheet. It is the sole responsibility of the candidate to meticulously follow the instructions given on the OMR Answer Sheet, failing which, the computer shall not be able to decipher the correct details which may ultimately result in loss, including rejection of the OMR answer sheet.
5. Each question in Part 'A' carries 2 marks, Part 'B' 3 marks and Part 'C' 4.75 marks respectively. There will be negative marking @ 0.5 marks in Part 'A' and @ 0.75 marks in Part 'B' for each wrong answer and no negative marking for Part 'C'.
6. Below each question in Part 'A' and 'B', four alternatives or responses are given. Only one of these alternatives is the "correct" option to the question. You have to find, for each question, the correct or the best answer. In Part 'C' each question may have 'ONE' or 'MORE' correct options. Credit in a question shall be given only on identification of 'ALL' the correct options in Part 'C'.
7. Candidates found copying or resorting to any unfair means are liable to be disqualified from this and future examinations.
8. Candidate should not write anything anywhere except on OMR answer sheet or sheets for rough work.
9. Use of calculator is not permitted.
10. After the test is over, at the perforation point, tear the OMR answer sheet, hand over the original OMR answer sheet to the invigilator and retain the carbonless copy for your record.
11. Candidates who sit for the entire duration of the exam will only be permitted to carry their Test booklet.

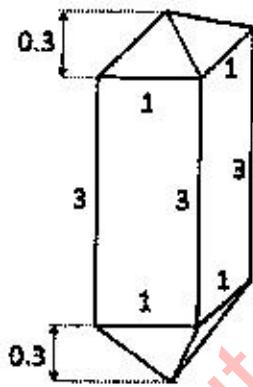
भाग/PART - A

1. एक जिरकॉन केलास (क्रिस्टल) की, जिसमें एक वर्गीय प्रिज्म एवं दो समरूपी वर्गीय पिरामिड हैं, की विमार्य (cm में) दिखायी गयी हैं। इस केलास (क्रिस्टल) का आयतन (cm³ में) क्या है?



1. 3.2 2. 3.6
3. 6.4 4. 7.2

1. The diagram shows the dimensions (in cm) of a zircon crystal having a square prism and two identical square pyramids. What is the volume of this crystal (in cm³)?



1. 3.2 2. 3.6
3. 6.4 4. 7.2

2. एक वालक v गति से एक गेंद को उसकी तरफ V गति से आते हुये वाहन की तरफ फेंकता

है। वाहन से टकराकर आने पर गेंद वालक को जिस गति से प्रहार करेगी, वह है

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. v | 2. $v + V$ |
| 3. $v + 2V$ | 4. $v + 4V$ |

2. A boy throws a ball with a speed v at a vehicle that is approaching him with a speed V . After bouncing from the vehicle, the ball hits the boy with a speed

- | | |
|-------------|-------------|
| 1. v | 2. $v + V$ |
| 3. $v + 2V$ | 4. $v + 4V$ |

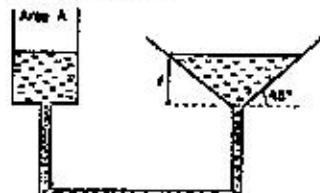
3. चार मित्र एक पीजा आपस में बाट रहे थे। उन्होंने निर्णय किया कि उन में सबसे बड़े मित्र को पीजा का एक अतिरिक्त टुकड़ा मिलेगा। बाहु, कट्टप्पा से दो महीने बड़ा है और किंवद्दन से तीन महीने छोटा है। देवसेना, कट्टप्पा से एक महीने बड़ा है। पीजा का एक अधिक टुकड़ा किसको मिला?

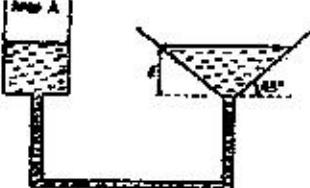
- | | |
|----------|-------------|
| 1. बाहु | 2. देवसेना |
| 3. भल्ला | 4. कट्टप्पा |

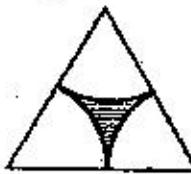
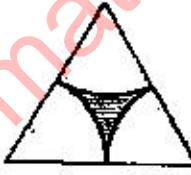
3. Four friends were sharing a pizza. They decided that the oldest friend will get an extra piece of pizza. Bahu is two months older than Kattappa, who in turn is three months younger than Bhalla. Devsena is one month older than Kattappa. Who should get the extra piece of pizza?

- | | |
|-----------|-------------|
| 1. Bahu | 2. Devsena |
| 3. Bhalla | 4. Kattappa |

4. अनुप्रस्थ काट A के बेलनाकार पात्र से एक कीप को जोड़कर आपस में जुड़े पात्रों के तंत्र को दर्शाया गया है। यद्यानुसार, बेलन में इस तरह जल डाला जाता है कि कीप में / ऊंचाई तक जल भर जाता है। यदि बेलनाकार पात्र में जल की ऊंचाई x दूरी ($x < A$) तक दर्शाया जाता है। तब कीप में पानी की तल



1. विलकुल नहीं बदलता है
 2. $\frac{Ax}{\pi l^2}$ से ऊपर उठता है
 3. $\frac{\pi l^2}{Ax}$ से ऊपर उठता है
 4. $\frac{A^2 x}{\pi^2 l^4}$ से ऊपर उठता है
4. A funnel is connected to a cylindrical vessel of cross sectional area A as shown, to make an interconnected system of vessels. Water is poured in the cylinder such that the height of water in the funnel is l as shown. If the level of water in the cylindrical vessel is pushed down by a distance $x \ll l$, the level of water in the funnel:
- 
1. remains unchanged
 2. rises by $\frac{Ax}{\pi l^2}$
 3. rises by $\frac{\pi l^2}{Ax}$
 4. rises by $\frac{A^2 x}{\pi^2 l^4}$
5. मात्र अंकों के अंक (30 अंक में से) एक परीक्षा में 4, 15, 6, 7, 5, a तथा b हैं। यहां पर $a (>0)$ 4 का मुल्य है, तथा b एक अभाज्य अंक है। इस समूह में अंकों की रेज (Range) (अधिकतम अंक - न्यूनतम अंक) में सर्वाधिक संभव अंक क्या है?
1. 25 2. 26
 3. 27 4. 29
5. Marks (out of 30) of seven students in an examination are 4, 15, 6, 7, 5, a and b , where $a (>0)$ is a multiple of 4 and b is a prime. What is the maximum possible value of the range of marks (i.e. maximum mark – minimum mark)?
1. 25 2. 26
 3. 27 4. 29
6. दो व्यक्ति A और B एक बिन्दु से विपरीत दिशाओं में चलना प्रारंभ करते हैं। A की गति B से दुग्धी है। B की गति 1 km/h है। यदि 2 km चलने के पश्चात् A वापस मुड़कर B की तरफ चलना प्रारंभ करता है, तो A प्रारंभिक बिन्दु से कितनी दूरी पर B से आगे निकलता है?
1. 2 km 2. 4 km
 3. 6 km 4. 8 km
6. Two persons A and B start walking in opposite directions from a point. A travels twice as fast as B. The speed at which B travels is 1 km/h. If A travels 2 km and turns back and starts walking towards B, at what distance from the starting point will A cross B?
1. 2 km 2. 4 km
 3. 6 km 4. 8 km
7. एक व्यक्ति कार से चारबाग से आलमबाग तक 60 km/h की औसत गति से चलना चाहता है। चारबाग से आलमबाग की दूरी 2 km है। अन्यथिक भीड़ की वजह से वह पहले एक किलोमीटर में केवल 30 km/h की औसत गति से चल सकता। वच्ची हुई यात्रा में वह किस गति से चले कि 60 km/h की औसत गति के लक्ष्य को पा सकें?
1. सहज को प्राप्त नहीं कर सकता
 2. 60 km/h
 3. 90 km/h
 4. 120 km/h
7. A person wanted to travel from Charbag to Alambag with an average speed of 60 km/h by car. The distance between Charbag and Alambag is 2 km. Due to heavy traffic, he could travel at 30 km/h for the first kilometre of his journey. What should his speed be for the remaining journey to achieve his average speed target of 60 km/h?
1. Cannot achieve his target with any finite speed.
 2. 60 km/h
 3. 90 km/h
 4. 120 km/h

8. एक स्थान पर वर्ष 2003 से 2005 की 3 वर्ष की अवधि के लिए औसत वर्ष 65 cm थी। वर्ष 2002 से 2004 के तीन वर्षों में औसत वर्ष 63 cm थी। वर्ष 2005 की वास्तविक वर्ष 60 cm थी। वर्ष 2002 में कितनी वर्ष तुम्हें?
 1. 55 cm 2. 60 cm
 3. 54 cm 4. 53 cm
9. The average rainfall over a given place during the three-year period of 2003-2005 was 65 cm. During the three-year period 2002-2004 the average rainfall was 63 cm. The actual rainfall during 2005 was 60 cm. What was the rainfall in 2002?
 1. 55 cm 2. 60 cm
 3. 54 cm 4. 53 cm
10. लगातार चार दिनों में चार विमान चालकों में से प्रत्येक ने अलग-अलग दिन विमान उड़ाया। श्री A को कार्य सूची के अनुसार सोमवार को विमान उड़ाना था परंतु श्री A ने सुश्री B के साथ अदला-बदली कर ली जबकि सुश्री B को मूलतः बुधवार को विमान उड़ाना था। सुश्री C ने श्री D से अदला-बदली कर ली जिन्हें मूलतः गुरुवार को विमान उड़ाना था। पूर्णतया अदला-बदली करने के पश्चात् मंगलवार को किसने कार्य किया?
 1. श्री A 2. श्री D
 3. सुश्री B 4. सुश्री C
11. In a four consecutive day schedule, four pilots flew flights each on a different day. Mr. A was scheduled to work on Monday, but he traded with Ms. B who was originally scheduled to work on Wednesday. Ms. C traded with Mr. D, who was originally scheduled to work on Thursday. After all the switching was done, who worked on Tuesday?
 1. Mr. A 2. Mr. D
 3. Ms. B 4. Ms. C
12. छ: ग्राम (6 ग्राम) कर्बन 40 ग्राम औक्सीजन के वायुमेडल में पूर्णतः जलाया गया। कितने प्रतिशत औक्सीजन शेष रही?
 1. 80 2. 60
 3. 40 4. 20
13. After 6 g of carbon is completely burnt in an atmosphere of 40 g of oxygen, the percentage oxygen left is:
 1. 80 2. 60
 3. 40 4. 20
14. किसी समबाहु त्रिभुज में वृत्त के तीन सम रूपीय भागों से बनने वाले शेष को छोड़कर शेष को छायाकित कर चित्र में दर्शाया गया है। छायाकित भाग समबाहु त्रिभुज के कुल दोषफल का कितना अंश है?

1. $1 - \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ 2. $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$
 3. $1 - \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ 4. $1 - \frac{\sqrt{3}\pi}{2}$
15. What fraction of the equilateral triangle shown below with three identical sectors of a circle is shaded?

1. $1 - \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$ 2. $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$
 3. $1 - \frac{2\pi}{\sqrt{3}}$ 4. $1 - \frac{\sqrt{3}\pi}{2}$
16. खीरा, टमाटर, प्याज, चुक्कटर तथा गाजर से अलग-अलग प्रकार के कितने सलाद बनाये जा सकते हैं?
 1. 16 2. 28
 3. 31 4. 32
17. How many different salads can be made from cucumber, tomatoes, onions, beetroot and carrots?
 1. 16 2. 28
 3. 31 4. 32

13. एक इंज की बोतल खोलने पर 10 मी. की दूरी पर छड़े व्यक्ति को 10 सेकंड बाद खुशबू आती है। 20 मीटर की दूरी पर छड़े व्यक्ति को समझा कितने समय बाद खुशबू पहुँचेगी?

- | | |
|--------|--------|
| 1. 20s | 2. 40s |
| 3. 14s | 4. 80s |

13. A bottle of perfume is opened and a person at a distance of 10 m gets the smell after 10 seconds. The time taken for a person 20 m away to get the smell is about

- | | |
|--------|--------|
| 1. 20s | 2. 40s |
| 3. 14s | 4. 80s |

14. एक खनिज में धनाकार और गोलाकार गुहियाएँ हैं। धन की भूजा की लंबाई गोले के व्यास के बराबर है। यदि धनाकार गुहिया एक द्रव से आधी भरी हुई है और गोलाकार गुहिया तरल से पूरी भरी हुई है तो धनाकार और गोलाकार गुहियाओं में द्रव के आयतन का समझा अनुपात क्या है?

- | | |
|--------|--------|
| 1. 2:1 | 2. 1:1 |
| 3. 1:2 | 4. 1:4 |

14. A mineral contains a cubic and a spherical cavity. The length of the side of the cube is the same as the diameter of the sphere. If the cubic cavity is half filled with a liquid and the spherical cavity is completely filled with liquid, what is the approximate ratio of the volume of liquid in the cubic cavity to that in the spherical cavity?

- | | |
|--------|--------|
| 1. 2:1 | 2. 1:1 |
| 3. 1:2 | 4. 1:4 |

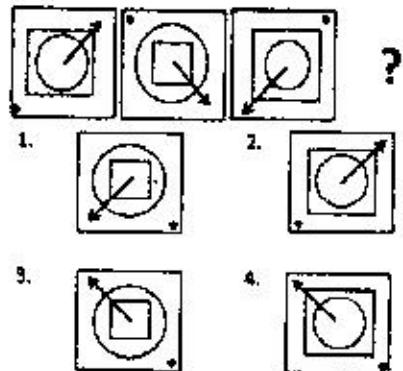
15. 6 अनभिन्न सिक्कों में से 5 को स्वतंत्र रूप से उछला जाता है और सभी में सिर ऊपर आता है। यदि 6th सिक्का स्वतंत्र रूप से उछला जाये तब सिर ऊपर मिलने की संभावना है

- | | |
|--------|--------|
| 1. 1 | 2. 0 |
| 3. 1/2 | 4. 1/6 |

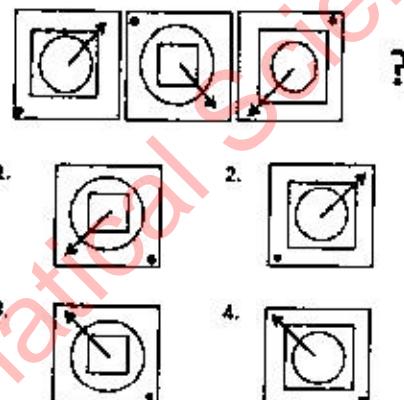
15. Out of 6 unbiased coins, 5 are tossed independently and they all result in heads. If the 6th is now independently tossed, the probability of getting head is

- | | |
|--------|--------|
| 1. 1 | 2. 0 |
| 3. 1/2 | 4. 1/6 |

16. क्रम में अगला चित्र क्या हो सकता है?



16. What could the fourth figure in the sequence be?



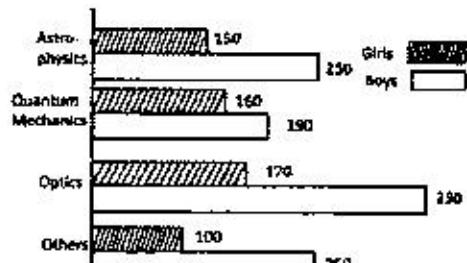
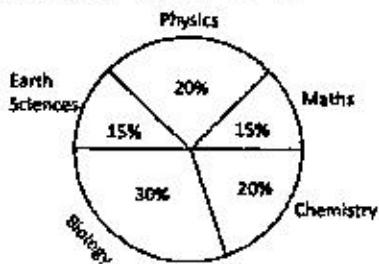
17. A, B और C की औसत आयु 30 है, तथा उनकी आयु क्रमशः पूरीक x, y एवं z है, ($x \leq y \leq z$)। यदि B की आयु A की आयु से ठीक 5 अधिक है, तो z का न्यूनतम संभव मान क्या है?

- | | |
|-------|-------|
| 1. 31 | 2. 33 |
| 3. 35 | 4. 37 |

17. The average age of A, B and C, whose ages are integers x, y and z respectively ($x \leq y \leq z$), is 30. If the age of B is exactly 5 more than that of A, what is the minimum possible value of z?

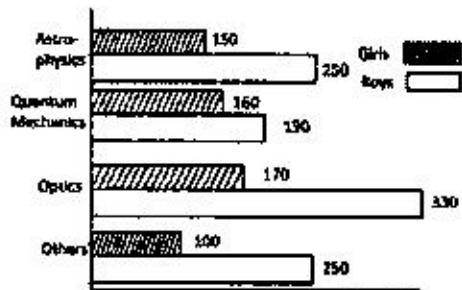
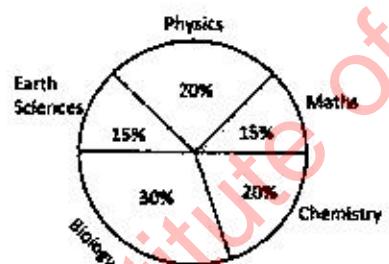
- | | |
|-------|-------|
| 1. 31 | 2. 33 |
| 3. 35 | 4. 37 |

18. विश्वविद्यालय में विज्ञान के सभी विद्यार्थियों का प्रतिशत वितरण पाई-चित्र में दिया गया है। शार-चित्र में भौतिकी के विभिन्न उप-क्षेत्रों का वितरण दर्शाया गया है जहां एक विद्यार्थी केवल एक ही उप क्षेत्र ले सकता है। विज्ञान के कुल विद्यार्थियों में क्याटेंस-यांकिकी पहले बाती लड़कियों का प्रतिशत क्या है?



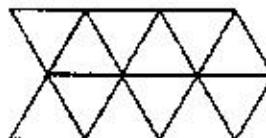
1. 10
2. 1
3. 0.2
4. 2

18. Percentage-wise distribution of all science students in a university is given in the pie-diagram. The bar chart shows the distribution of physics students in different sub-areas, where a student takes one and only one sub-area. What percentage of the total science students is girls studying quantum mechanics?



1. 10
2. 1
3. 0.2
4. 2

19. दिये हुए चित्र में समांतर चतुर्भुजों की कुल संख्या क्या है?



1. 27
2. 24
3. 22
4. 14

19. What is the total number of parallelograms in the given diagram?



1. 27
2. 24
3. 22
4. 14

20. नालिका में एक शहर के तीन खण्डों (A, B एवं C) के घुनाव परिणामों को दिया गया है। X, Y तथा Z द्वारा प्राप्त मर्ती का प्रतिशत भी दर्शाया गया है। कौन-सा दल घुनाव जीता?

| खण्ड | कुल मर्ताता | मर्तान प्रतिशत | X | Y | Z |
|------|-------------|----------------|----|----|----|
| A | 2,00,000 | 60 | 30 | 30 | 40 |
| B | 2,50,000 | 70 | 40 | 30 | 30 |
| C | 3,00,000 | 80 | 30 | 40 | 30 |

1. Y
2. X
3. Z
4. X एवं Y में बराबरी हुई

IMS (Institute of Mathematical Sciences)

20. Election results of a city, which contains 3 segments (A, B and C) are given in the Table. Percentage votes obtained by parties X, Y and Z are also shown. Which party won the election?

| Segment | Total Voters | % of voting | X | Y | Z |
|---------|-----------------|----------------|----|----|----|
| A | 2,00,000 | 60 | 30 | 30 | 40 |
| B | 2,50,000 | 70 | 40 | 30 | 30 |
| C | 3,00,000 | 80 | 20 | 40 | 30 |

1. Y
2. X
3. Z
4. It was a tie between X and Y

भाग/PART - B

Unit-1

21. निम्न समुच्चय पर फलन $\tan x$ ने
 $S = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, \text{ किसी भी } k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \text{ के लिए}\}$.
 S में इसका एक नियत विन्दु होगा यदि
 $\exists x \in S$ ऐसे हो कि $\tan x = x$ हो। तब
1. एक अद्वितीय नियत विन्दु है
 2. कोई नियत विन्दु नहीं हो सकता
 3. अनंत बहुत नियत विन्दु हैं
 4. एक से अधिक लेकिन परिमित स्थिर विन्दु हैं
22. Consider the function $\tan x$ on the set
 $S = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0, x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ for any } k \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$.
We say that it has a fixed point in S if
 $\exists x \in S$ such that $\tan x = x$. Then
1. there is a unique fixed point
 2. there is no fixed point
 3. there are infinitely many fixed points
 4. there are more than one but finitely many fixed points
23. यदि $x > 0$ के लिए $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ तो f निम्नानुसार एक समानता संतत है
1. $(0, \infty)$ पर
 2. $[r, \infty)$ पर, सब $r > 0$ के लिए

3. $(0, r]$ पर, सब $r > 0$ के लिए
 4. केवल $[a, b]$ अंतराल के लिए जहाँ $0 < a < b < \infty$ है।
22. Define $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ for $x > 0$. Then f is uniformly continuous
1. on $(0, \infty)$
 2. on $[r, \infty)$ for any $r > 0$
 3. on $(0, r]$ for any $r > 0$
 4. only on intervals of the form $[a, b]$ for $0 < a < b < \infty$

23. \mathbb{R}^3 की निम्नसिद्धित दो उपसमिश्रणों W_1 तथा W_2 को इस प्रकार अंजियकरण किया जाता है
- $$W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}$$
- $$W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + z = 0\}$$
- यदि W को \mathbb{R}^3 की इस तरह उपसमिश्रण लाने कि
- (i) $W \cap W_2 = \text{विस्तृति } \{(0, 1, 1)\}$
 - (ii) अंतर गुणफल \mathbb{R}^3 के सापेक्ष $W \cap W_1$ तथा $W \cap W_2$ एक दूसरे के लंबकोणीय हो तो
1. $W = \text{विस्तृति } \{(0, 1, -1), (0, 1, 1)\}$
 2. $W = \text{विस्तृति } \{(1, 0, -1), (0, 1, -1)\}$
 3. $W = \text{विस्तृति } \{(1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
 4. $W = \text{विस्तृति } \{(1, 0, -1), (1, 0, 1)\}$

23. Consider the subspaces W_1 and W_2 of \mathbb{R}^3 given by
- $$W_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}$$
- $$\text{and}$$
- $$W_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - y + z = 0\}$$
- If W is a subspace of \mathbb{R}^3 such that
- (i) $W \cap W_2 = \text{span } \{(0, 1, 1)\}$
 - (ii) $W \cap W_1$ is orthogonal to $W \cap W_2$ with respect to the usual inner product of \mathbb{R}^3 , then
1. $W = \text{span } \{(0, 1, -1), (0, 1, 1)\}$
 2. $W = \text{span } \{(1, 0, -1), (0, 1, -1)\}$
 3. $W = \text{span } \{(1, 0, -1), (0, 1, 1)\}$
 4. $W = \text{span } \{(1, 0, -1), (1, 0, 1)\}$
24. $C = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$ को \mathbb{R}^2 का आधार माने तथा
 $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ को $T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ x-2y \end{pmatrix}$ से परिभ्रष्ट करें। यदि C आधार के सापेक्ष T आव्यूह को $T[C]$ से दिखाएं तो निम्न में से कौन सा वक्तव्य सत्य है?

1. $T[C] = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$
2. $T[C] = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$
3. $T[C] = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$
4. $T[C] = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$
24. Let $C = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$ be a basis of \mathbb{R}^2 and $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ be defined by $T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y \\ x-2y \end{pmatrix}$. If $T[C]$ represents the matrix of T with respect to the basis C then which among the following is true?
1. $T[C] = \begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$
2. $T[C] = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$
3. $T[C] = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$
4. $T[C] = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$
25. यदि $W_1 = \{(u, v, w, x) \in \mathbb{R}^4 \mid u+v+w=0, 2v+x=0, 2u+2w-x=0\}$ तथा $W_2 = \{(u, v, w, x) \in \mathbb{R}^4 \mid u+w+x=0, u+w-2x=0, v-x=0\}$, तो निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?
1. $\dim(W_1) = 1$
 2. $\dim(W_2) = 2$
 3. $\dim(W_1 \cap W_2) = 1$
 4. $\dim(W_1 + W_2) = 3$
25. Let $W_1 = \{(u, v, w, x) \in \mathbb{R}^4 \mid u+v+w=0, 2v+x=0, 2u+2w-x=0\}$ and $W_2 = \{(u, v, w, x) \in \mathbb{R}^4 \mid u+w+x=0, u+w-2x=0, v-x=0\}$. Then which among the following is true?
1. $\dim(W_1) = 1$
 2. $\dim(W_2) = 2$
 3. $\dim(W_1 \cap W_2) = 1$
 4. $\dim(W_1 + W_2) = 3$
26. मानिए कि A एक $n \times n$ समिक्षण आव्यूह है। A को स्वसंलग्न और B को $A + iI_n$ का प्रतिलोम माने तो $(A - iI_n)B$ के सभी अभिलक्षणिक मान हैं
1. पूर्णतः अधिकलिप्त
 2. मापांक एक के
 3. वास्तविक
 4. एक से कम मापांक के
26. Let A be an $n \times n$ complex matrix. Assume that A is self-adjoint and let B denote the inverse of $A + iI_n$. Then all eigenvalues of $(A - iI_n)B$ are
1. purely imaginary
 2. of modulus one
 3. real
 4. of modulus less than one
27. स्वेच्छ सदिश C^n के लिए $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ प्रसामान्य लंबिक आधार मान ली। $M = (u_1, \dots, u_k)$, $N = (u_{k+1}, \dots, u_n)$ तथा P एक विकर्ण $k \times k$ आव्यूह है जिसमें $a_1, a_2, \dots, a_k \in \mathbb{R}$ विकल्पी प्रविष्टियाँ हो तो निम्न में से कौन-सा कथन सही है?
1. रैंक $(MPM^*) = k$ जब भी $a_i \neq a_j$, $1 \leq i, j \leq k$.
 2. ट्रैस $(MPM^*) = \sum_{i=1}^k a_i$
 3. रैंक $(M^*N) = \min(k, n-k)$
 4. रैंक $(MM^* + NN^*) < n$
27. Let $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ be an orthonormal basis of C^n as column vectors. Let $M = (u_1, \dots, u_k)$, $N = (u_{k+1}, \dots, u_n)$ and P be the diagonal $k \times k$ matrix with diagonal entries $a_1, a_2, \dots, a_k \in \mathbb{R}$. Then which of the following is true?
1. Rank $(MPM^*) = k$ whenever $a_i \neq a_j$, $1 \leq i, j \leq k$.
 2. Trace $(MPM^*) = \sum_{i=1}^k a_i$
 3. Rank $(M^*N) = \min(k, n-k)$
 4. Rank $(MM^* + NN^*) < n$
28. यदि $B : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ को फलन $B(a, b) = ab$ मान ले तो निम्न में से कौन-सा कथन सही है?
1. B ऐकिक स्पष्टतरण है
 2. B धनात्मक निश्चित द्विऐकिक रूप है
 3. B समिक्षण है परंतु धनात्मक निश्चित नहीं है
 4. B न तो ऐकिक है न द्विऐकिक

28. Let $B : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ be the function $B(a, b) = ab$. Which of the following is true?
 1. B is a linear transformation
 2. B is a positive definite bilinear form
 3. B is symmetric but not positive definite
 4. B is neither linear nor bilinear
29. निम्नानुसार परिभाषित प्रतिचिन्ह $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ के लिए
 (i) $f(0) = 0$
 (ii) $f(r) = \frac{p}{10^q}$, जहाँ $r = \frac{p}{q}$ जबकि $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}$ एवं $\gcd(p, q) = 1$. सब प्रतिचिन्ह f है
 1. one-to-one तथा onto
 2. one-to-one नहीं, परंतु onto
 3. onto परंतु one-to-one नहीं
 4. न तो one-to-one, न onto
29. Consider the map $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ defined by
 (i) $f(0) = 0$
 (ii) $f(r) = \frac{p}{10^q}$ where $r = \frac{p}{q}$ with $p \in \mathbb{Z}$, $q \in \mathbb{N}$ and $\gcd(p, q) = 1$. Then the map f is
 1. one-to-one and onto
 2. not one-to-one, but onto
 3. onto but not one-to-one
 4. neither one-to-one nor onto
30. यदि x वास्तविक संख्या हो जबकि $|x| < 1$, तो निम्न में से कौन सा गलत है?
 1. यदि $x \in \mathbb{Q}$, तब $\sum_{m \geq 0} x^m \in \mathbb{Q}$
 2. यदि $\sum_{m \geq 0} x^m \in \mathbb{Q}$ तब $x \in \mathbb{Q}$
 3. यदि $x \notin \mathbb{Q}$ तब $\sum_{m \geq 0} mx^{m-1} \notin \mathbb{Q}$
 4. $\sum_{m \geq 1} \frac{x^m}{m} \mathbb{R}$ में अभिसारी है
30. Let x be a real number such that $|x| < 1$. Which of the following is FALSE?
 1. If $x \in \mathbb{Q}$, then $\sum_{m \geq 0} x^m \in \mathbb{Q}$
 2. If $\sum_{m \geq 0} x^m \in \mathbb{Q}$ then $x \in \mathbb{Q}$
31. If $x \notin \mathbb{Q}$ then $\sum_{m \geq 0} mx^{m-1} \notin \mathbb{Q}$
 4. $\sum_{m \geq 1} \frac{x^m}{m}$ converges in \mathbb{R}
31. $\{x_n\}$ एक वास्तविक संख्याओं का अनुक्रम है। हर $\epsilon > 0$ के लिए ऐसा n_0 है, जो इस अंधन को संतुष्ट करता है
 $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon \forall n \geq n_0$, तो अनुक्रम $\{x_n\}$ है
 1. परिबद्ध परंतु आवश्यक नहीं कि कॉशी हो
 2. कॉशी हो परंतु आवश्यक नहीं कि परिबद्ध हो
 3. अभिसारी
 4. आवश्यक नहीं कि परिबद्ध हो
31. Suppose that $\{x_n\}$ is a sequence of real numbers satisfying the following. For every $\epsilon > 0$, there exists n_0 such that
 $|x_{n+1} - x_n| < \epsilon \forall n \geq n_0$. The sequence $\{x_n\}$ is
 1. bounded but not necessarily Cauchy
 2. Cauchy but not necessarily bounded
 3. convergent
 4. not necessarily bounded
- 32.
- $$A(n) = \int_n^{n+1} \frac{1}{x^3} dx \text{ जबकि } n \geq 1.$$
- $c \in \mathbb{R}$ के लिए मान लें कि
 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^c A(n) = L$, तो
1. $L = 0$ यदि $c > 3$
 2. $L = 1$ यदि $c = 3$
 3. $L = 2$ यदि $c = 3$
 4. $L = \infty$ यदि $0 < c < 3$
- 32.
- $$\text{Let } A(n) = \int_n^{n+1} \frac{1}{x^3} dx \text{ for } n \geq 1.$$
- For $c \in \mathbb{R}$ let $\lim_{n \rightarrow \infty} n^c A(n) = L$. Then
1. $L = 0$ if $c > 3$
 2. $L = 1$ if $c = 3$
 3. $L = 2$ if $c = 3$
 4. $L = \infty$ if $0 < c < 3$

Unit-2

33. सम्पूर्ण घर z वाले बहुपद $p(z)$ तथा $q(z)$ हैं। मानें कि $I_{p,q} = \oint_{\gamma} p(z)\overline{q(z)} dz$ जहाँ γ बंद कंटूर $\gamma(t) = e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi$ है। तब

1. $I_{z^m, z^n} = 0$ सभी धनात्मक पूर्णिकों m, n के लिए जहाँ $m \neq n$
2. $I_{z^n, z^n} = 2\pi i$ सभी धनात्मक पूर्णिकों n के लिए
3. $I_{p,1} = 0$; सभी बहुपदों p के लिए
4. $I_{p,q} = p(0) \overline{q(0)}$ सभी बहुपदों p, q के लिए

33. Consider the polynomials $p(z), q(z)$ in the complex variable z and let

$$I_{p,q} = \oint_{\gamma} p(z)\overline{q(z)} dz$$

where γ denotes the closed contour $\gamma(t) = e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi$. Then

1. $I_{z^m, z^n} = 0$ for all positive integers m, n with $m \neq n$
2. $I_{z^n, z^n} = 2\pi i$ for all positive integers n
3. $I_{p,1} = 0$ for all polynomials p
4. $I_{p,q} = p(0) \overline{q(0)}$ for all polynomials p, q

34. मूल बिंदु को केंद्र मान कर विज्या 3 का धनात्मक अंकितिविन्यस्त वृत्त $\gamma(t) = 3e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi$ है। λ के जिस मान के लिए समीकरण

$$\oint_{\gamma} \frac{\lambda}{z-2} dz = \oint_{\gamma} \frac{1}{z^2 - 5z + 4} dz$$

संतुष्ट होता है, वह है

- | | |
|---------------------|------------------|
| 1. $\lambda = -1/3$ | 2. $\lambda = 0$ |
| 3. $\lambda = 1/3$ | 4. $\lambda = 1$ |

34. Let $\gamma(t) = 3e^{it}, 0 \leq t \leq 2\pi$, be the positively oriented circle of radius 3 centred at the origin. The value of λ for which

$$\oint_{\gamma} \frac{\lambda}{z-2} dz = \oint_{\gamma} \frac{1}{z^2 - 5z + 4} dz$$

is

- | | |
|---------------------|------------------|
| 1. $\lambda = -1/3$ | 2. $\lambda = 0$ |
| 3. $\lambda = 1/3$ | 4. $\lambda = 1$ |

35. एकांतर समूह A_5 एवं समस्ति समूह S_4 के मध्य समूह समरूपताओं की संख्या है:

- | | |
|-------|-------|
| 1. 1 | 2. 12 |
| 3. 20 | 4. 6 |

35. The number of group homomorphisms from the alternating group A_5 to the symmetric group S_4 is:

- | | |
|-------|-------|
| 1. 1 | 2. 12 |
| 3. 20 | 4. 6 |

36. यदि $p \geq 23$ अमाऊय संख्या हो जहाँ $\frac{1}{p}$ का दशमिक डिस्ट्रार (आधार 10) आवर्तकाल $p-1$ के साथ आवर्ती हो

(अर्थात् $\frac{1}{p} = 0 \cdot \overline{a_1 a_2 \dots a_{p-1}}$) जहाँ सभी i के लिए $a_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$, तथा किसी भी m के लिए $m, 1 \leq m < p-1, \frac{1}{p} \neq 0 \cdot \overline{a_1 a_2 \dots a_m}$.

$(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ पूर्णिक मॉड्यूल p का गुणनात्मक समूह हो तो निम्न में से क्या सही है?

1. $10 \in (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ की कोटि (order) $(p-1)$ का उपर्युक्त भागक है।
2. $10 \in (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ की कोटि (order) $\frac{(p-1)}{2}$ है।
3. अवयव 10 $\in (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ समूह $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ का जनक है।
4. समूह $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ यकीय है तेकिल अवयव 10 इसका जनक नहीं है।

36. Let $p \geq 23$ be a prime number such that the decimal expansion (base 10) of $\frac{1}{p}$ is periodic with period $p-1$ (that is, $\frac{1}{p} = 0 \cdot \overline{a_1 a_2 \dots a_{p-1}}$) with $a_i \in \{0, 1, \dots, 9\}$ for all i and for any $m, 1 \leq m < p-1, \frac{1}{p} \neq 0 \cdot \overline{a_1 a_2 \dots a_m}$).

Let $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ denote the multiplicative group of integers modulo p . Then which of the following is correct?

1. The order of $10 \in (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ is a proper divisor of $(p-1)$.
2. The order of $10 \in (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ is $\frac{(p-1)}{2}$.
3. The element $10 \in (\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ is a generator of the group $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$.
4. The group $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ is cyclic but not generated by the element 10.

37. पूर्णांक a तथा b के लिए $N_{a,b}$ धनात्मक पूर्णांकों $k < 100$ की संख्या इस तरह दिखाता है कि $k \equiv a \pmod{9}$ तथा $k \equiv b \pmod{11}$. निम्न में से कौन-सा कथन सही है?
1. $N_{a,b} = 1$ सभी पूर्णांकों a तथा b के लिए
 2. पूर्णांक a तथा b हैं जो शर्त $N_{a,b} > 1$ को संतुष्ट करते हैं।
 3. पूर्णांक a तथा b हैं जो शर्त $N_{a,b} = 0$ को संतुष्ट करते हैं।
 4. पूर्णांक a तथा b हैं जो शर्त $N_{a,b} = 0$ को, तथा पूर्णांक c तथा d हैं, जो शर्त $N_{c,d} > 1$ को संतुष्ट करते हैं।
37. Given integers a and b , let $N_{a,b}$ denote the number of positive integers $k < 100$ such that $k \equiv a \pmod{9}$ and $k \equiv b \pmod{11}$. Then which of the following statements is correct?
1. $N_{a,b} = 1$ for all integers a and b .
 2. There exist integers a and b satisfying $N_{a,b} > 1$.
 3. There exist integers a and b satisfying $N_{a,b} = 0$.
 4. There exist integers a and b satisfying $N_{a,b} = 0$ and there exist integers c and d satisfying $N_{c,d} > 1$.
38. X को सांस्थितिक समष्टि माने तथा U को X का उपित सघन विवृत उपसमुच्चय माने तो निम्न में से सही कथन को पहचानें:
1. यदि X संबद्ध है, तो U भी संबद्ध है।
 2. यदि X संहत है, तो U भी संहत है।
 3. यदि $X \setminus U$ संहत है, तो X संहत है।
 4. यदि X संहत है, तो $X \setminus U$ संहत है।
38. Let X be a topological space and U be a proper dense open subset of X . Pick the correct statement from the following:
1. If X is connected then U is connected.
 2. If X is compact then U is compact.
 3. If $X \setminus U$ is compact then X is compact.
 4. If X is compact, then $X \setminus U$ is compact.
39. यदि माने ते कि R धात श्रेणी

$$\sum_{k=1}^{\infty} kx^k$$

के अविसरण की विज्ञा दिखाता है, तो

1. $R > 0$ तथा श्रेणी $[-R, R]$ पर अविसरित है
2. $R > 0$ तथा श्रेणी $x = -R$ पर अविसरित है, परंतु $x = R$ पर अविसरित नहीं है
3. $R > 0$ तथा श्रेणी $(-R, R)$ के बाहर अविसरित नहीं होती
4. $R = 0$.

39. Let R denote the radius of convergence of the power series

$$\sum_{k=1}^{\infty} kx^k.$$

Then

1. $R > 0$ and the series is convergent on $[-R, R]$.
2. $R > 0$ and the series converges at $x = -R$ but does not converge at $x = R$.
3. $R > 0$ and the series does not converge outside $(-R, R)$.
4. $R = 0$.

40. $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ एक अधोलतर सर्वत्र वैश्लेषिक फलन तथा

$\text{Image}(f) = \{w \in \mathbb{C} : \exists z \in \mathbb{C} \text{ ऐसा कि } f(z) = w\}$, तब

1. $\text{Image}(f)$ का अंतः रिक्त है।
2. $\text{Image}(f)$ मूल बिंदु से जाने वाली हर रेखा को करता है।
3. सम्मिश्र समतल में ऐसी चक्रिका है जो $\text{Image}(f)$ से असंयुक्त है।
4. $\text{Image}(f)$ में इसके सब सीमा बिंदु सम्भालित हैं।

40. Let $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ be a non-constant entire function and let

$\text{Image}(f) = \{w \in \mathbb{C} : \exists z \in \mathbb{C} \text{ such that } f(z) = w\}$. Then

1. The interior of $\text{Image}(f)$ is empty.
2. $\text{Image}(f)$ intersects every line passing through the origin.
3. There exists a disc in the complex plane, which is disjoint from $\text{Image}(f)$.
4. $\text{Image}(f)$ contains all its limit points.

Unit-3

41. माना कि $u(x,t)$ एक फलन है जो कि PDE

$$u_{xx} - u_{tt} = e^x + 6t, \quad x \in \mathbb{R}, t > 0 \text{ तथा}$$

$$\text{प्रारंभिक परिस्थितियाँ } u(x,0) =$$

$\sin(x), u_t(x,0) = 0$ फल्ये $x \in \mathbb{R}$ के लिए, को संतुष्ट करता है, जहां कि पादकार दर्शाये चरों के संगत आंशिक अवकलज इंगित करते हैं। तब $u\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ का मान है

1. $e^{\pi/2} \left(1 + \frac{1}{2} e^{\pi/2}\right) + \left(\frac{\pi^2+4}{8}\right)$
2. $e^{\pi/2} \left(1 + \frac{1}{2} e^{\pi/2}\right) + \left(\frac{\pi^2-4}{8}\right)$
3. $e^{\pi/2} \left(1 - \frac{1}{2} e^{\pi/2}\right) - \left(\frac{\pi^2+4}{8}\right)$
4. $e^{\pi/2} \left(1 - \frac{1}{2} e^{\pi/2}\right) - \left(\frac{\pi^2-4}{8}\right)$

41. Let $u(x,t)$ be a function that satisfies the PDE

$$u_{xx} - u_{tt} = e^x + 6t, \quad x \in \mathbb{R}, t > 0 \text{ and the initial conditions}$$

$$u(x,0) = \sin(x), u_t(x,0) = 0 \text{ for every } x \in \mathbb{R}.$$

Here subscripts denote partial derivatives corresponding to the variables indicated.

Then the value of $u\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ is

1. $e^{\pi/2} \left(1 + \frac{1}{2} e^{\pi/2}\right) + \left(\frac{\pi^2+4}{8}\right)$
2. $e^{\pi/2} \left(1 + \frac{1}{2} e^{\pi/2}\right) + \left(\frac{\pi^2-4}{8}\right)$
3. $e^{\pi/2} \left(1 - \frac{1}{2} e^{\pi/2}\right) - \left(\frac{\pi^2+4}{8}\right)$
4. $e^{\pi/2} \left(1 - \frac{1}{2} e^{\pi/2}\right) - \left(\frac{\pi^2-4}{8}\right)$

42. माना कि $u(x,t)$ निम्न IVP को संतुष्ट करता है:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in \mathbb{R}, t > 0$$

$$u(x,0) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{अन्यत्र} \end{cases}$$

तब $\lim_{t \rightarrow 0^+} u(1,t)$ का मान है

1. e
2. π
3. $1/2$
4. 1

42. Let $u(x,t)$ satisfy the IVP:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in \mathbb{R}, t > 0$$

$$u(x,0) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

Then the value of $\lim_{t \rightarrow 0^+} u(1,t)$ equals

1. e
2. π
3. $1/2$
4. 1

43. माना कि $f(x)$ एक अज्ञात घात (डिग्री) का बहुपद है जिसका मान दी गई मारणी के अनुसार है

| | | | | |
|--------|---|---|----|----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | 2 | 7 | 13 | 16 |

इसके तात्पर्य यही विभाजित अंतरों का मान $-1/6$ है। तब x^3 का गुणांक है

1. $1/3$
2. $-2/3$
3. 16
4. -1

43. Let $f(x)$ be a polynomial of unknown degree taking the values

| | | | | |
|--------|---|---|----|----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | 2 | 7 | 13 | 16 |

All the fourth divided differences are

$-1/6$. Then the coefficient of x^3 is

1. $1/3$
2. $-2/3$
3. 16
4. -1

44. विचार कीजिए फलनक

$$J[y] = \int_0^2 (1 - y'^2)^2 dx$$

जो $\{y \in C[0,2] : y \text{ द्विघावार } C^1 \text{ तथा}$

$y(0) = y(2) = 0\}$ पर परिभ्रान्ति है। मान

लीजिये कि y_e उपर्युक्त फलनक का

न्यूनतमांकी है तो y_e के पास हैं

1. एक अनन्य कोना विन्डु (corner point)

2. दो कोना विन्डु (corner point)

3. दो से अधिक कोना विन्डु (corner point)

4. कोई भी कोना विन्डु (corner point) नहीं

44. Consider the functional

$$J[y] = \int_0^2 (1 - y'^2)^2 dx$$

defined on $\{y \in C[0,2] : y \text{ is piecewise } C^1$

and $y(0) = y(2) = 0\}$. Let y_e be a

minimizer of the above functional. Then

y_e has

1. a unique corner point
2. two corner points
3. more than two corner points
4. no corner points

45. यदि

$$\int_0^x (1-x^2+t^2)\varphi(t)dt = \frac{x^2}{2},$$

तो हल φ है तो, $\varphi(\sqrt{2})$ का मान है

1. $\sqrt{2}e^{\sqrt{2}}$
2. $\sqrt{2}e^2$
3. $\sqrt{2}e^{2\sqrt{2}}$
4. $2e^4$

45. If φ is the solution of

$$\int_0^x (1-x^2+t^2)\varphi(t)dt = \frac{x^2}{2},$$

then $\varphi(\sqrt{2})$ is equal to

1. $\sqrt{2}e^{\sqrt{2}}$
2. $\sqrt{2}e^2$
3. $\sqrt{2}e^{2\sqrt{2}}$
4. $2e^4$

46. एक स्प्रिंग के किनारे से जुड़े द्रव्यमान m की द्रविआयामी गति पर विचार करें, जिसका दूसरा सिरा स्थिर है। मान लीजिए कि स्प्रिंग स्थिरांक का मान k है। इस तंत्र की गतिक ऊर्जा T व स्थितिज ऊर्जा V निम्न समीकरणों से दी गई हैं

$T = \frac{1}{2}m(r^2 + (r\dot{\theta})^2)$ तथा $V = \frac{1}{2}kr^2$, जहाँ पर $r = \frac{dx}{dt}$ सथा $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ तथा t समय दर्शाता है। तब निम्नलिखित में कौन-सा कथन सही है?

1. r एक नियमनीय निर्देशांक है
2. θ एक नियमनीय निर्देशांक नहीं है
3. संपूर्ण गति के दौरान $r^2\dot{\theta}$ का मान नियत रहता है
4. संपूर्ण गति के दौरान $r\dot{\theta}$ का मान नियत रहता है

46. Consider the two dimensional motion of a mass m attached to one end of a spring whose other end is fixed. Let k be the spring constant. The kinetic energy T and the potential energy V of the system are given by

$T = \frac{1}{2}m(r^2 + (r\dot{\theta})^2)$ and $V = \frac{1}{2}kr^2$, where $r = \frac{dx}{dt}$ and $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ with t as time.

Then which of the following statements is correct?

1. r is an ignorable coordinate
2. θ is not an ignorable coordinate
3. $r^2\dot{\theta}$ remains constant throughout the motion
4. $r\dot{\theta}$ remains constant throughout the motion

47. यदि अवकल समीकरण

$$(\cos x)y'' + (\sin x)y' - (1 + e^{-x^2})y = 0 \quad \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

के दो हल $y_1(x)$ तथा $y_2(x)$ हैं, जिसमें

$$y_1(0) = \sqrt{2}, y_1'(0) = 1, y_2(0) = -\sqrt{2}, y_2'(0) = 2,$$

तो $x = \frac{\pi}{4}$ पर $y_1(x)$ तथा $y_2(x)$ का

रासान्कन है

1. $3\sqrt{2}$
2. 6
3. 3
4. $-3\sqrt{2}$

47. If $y_1(x)$ and $y_2(x)$ are two solutions of the differential equation

$$(\cos x)y'' + (\sin x)y' - (1 + e^{-x^2})y = 0 \quad \forall x \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{with } y_1(0) = \sqrt{2}, y_1'(0) = 1, y_2(0) = -\sqrt{2}, y_2'(0) = 2,$$

then the Wronskian of $y_1(x)$ and $y_2(x)$ at $x = \frac{\pi}{4}$ is

1. $3\sqrt{2}$
2. 6
3. 3
4. $-3\sqrt{2}$

48. दिये गये संदर्भ

$$x'(t) = x - 2y + y^2 \sin(x)$$

$$y'(t) = 2x - 2y - 3y \cos(y^2)$$

का क्रांतिक बिंदु $(0,0)$ है,

1. स्थिर सर्पिल बिंदु
2. अस्थिर सर्पिल बिंदु
3. पल्याण बिंदु
4. स्थिर आसाधि

48. The critical point $(0,0)$ for the system
 $x'(t) = x - 2y + y^2 \sin(x)$
 $y'(t) = 2x - 2y - 3y \cos(y^2)$
is a

1. stable spiral point
2. unstable spiral point
3. saddle point
4. stable node

Unit-4

49. परीक्षण प्रतिदर्शज T का उपयोग करके परिकल्पनाओं H_0 का H_1 के विस्तृत परीक्षण करने में प्रस्तावित परीक्षण पदधर्ति H_0 का समर्थन नहीं करती है यदि T का मान अधिक है। दिए गए प्रतिदर्श (sample) के आधार पर परीक्षण प्रतिदर्शज का p-मान 0.05 प्राप्त होता है यदि यह माना जाये कि T का H_0 के अधीन बटन $N(0, 1)$ है। H_0 के अधीन T का बटन यदि 10 स्वतंत्र औटि के साथ t-बटन हो तो, p-मान होगा
1. 0.05
 2. $< 0.05 - \frac{1}{100}$
 3. $0.05 - \frac{1}{100}$
 4. > 0.05

49. To test the hypotheses H_0 against H_1 using the test statistic T , the proposed test procedure is not to support H_0 if T is large. Based on a given sample, the p-value of the test statistic is computed to be 0.05 assuming that the distribution of T is $N(0, 1)$ under H_0 . If the distribution of T under H_0 is the t-distribution with 10 degrees of freedom instead, the p-value will be
1. 0.05
 2. $< 0.05 - \frac{1}{100}$
 3. $0.05 - \frac{1}{100}$
 4. > 0.05

50. माना कि $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ किसी द्विघात संतत बटन के n स्वतंत्र प्रैक्षण हैं। इन n प्रैक्षण के आधार पर माने कि r_p मुण्डनकल

आधूर्ण सहसंबंध मुण्डक तथा r_s एक सहसंबंध मुण्डक है। निम्न में से कौन सा कथन सही है?

1. $r_p \geq 0$ का तात्पर्य है $r_s \geq 0$
2. $r_s \geq 0$ का तात्पर्य है $r_p \geq 0$
3. $r_p = 1$ का तात्पर्य है $r_s = 1$
4. $r_s = 1$ का तात्पर्य है $r_p = 1$

50. Let $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ be n independent observations from a bivariate continuous distribution. Let r_p be the product moment correlation coefficient and r_s be the rank correlation coefficient computed based on these n observations. Which of the following statements is correct?
1. $r_p \geq 0$ implies $r_s \geq 0$
 2. $r_s \geq 0$ implies $r_p \geq 0$
 3. $r_p = 1$ implies $r_s = 1$
 4. $r_s = 1$ implies $r_p = 1$

51. किसी रेखीय मॉडल $Y_i = \theta_1 + \theta_2 + \epsilon_i$ (जबकि $i = 1, 2$) तथा $Y_i = \theta_1 - \theta_3 + \epsilon_i$ (जबकि $i = 3, 4$) पर विचार कीजिये जहाँ कि तमाम ϵ_i 's स्वतंत्र हैं तथा $i = 1, \dots, 4$ के लिए $E(\epsilon_i) = 0$, $Var(\epsilon_i) = \sigma^2 > 0$ तथा $\theta_1, \dots, \theta_3 \in \mathbb{R}$. निम्न में से कौन सा प्राचलीय फलन आकलनीय है?
1. $\theta_1 + \theta_3$
 2. $\theta_2 - \theta_3$
 3. $\theta_2 + \theta_3$
 4. $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3$

51. Consider a linear model
 $Y_i = \theta_1 + \theta_2 + \epsilon_i$ for $i = 1, 2$ and
 $Y_i = \theta_1 - \theta_3 + \epsilon_i$ for $i = 3, 4$, where
 ϵ_i 's are independent with $E(\epsilon_i) = 0$,
 $Var(\epsilon_i) = \sigma^2 > 0$ for $i = 1, \dots, 4$, and
 $\theta_1, \dots, \theta_3 \in \mathbb{R}$. Which of the following parametric functions is estimable?
1. $\theta_1 + \theta_3$
 2. $\theta_2 - \theta_3$
 3. $\theta_2 + \theta_3$
 4. $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3$

IMS (Institute of Mathematical Sciences)

52. यदि $X \sim N_p(0, I)$ तथा $A_{p \times p}$ एक वर्गसम आव्यूह है जिसकी रैंक (A) = $k < p$ है, तो निम्नलिखित में से कौन सा कथन सही है?

1. $\frac{X'AX}{X'X} \sim \frac{k}{p} F_{k,p}$
2. $\frac{X'AX}{X'X} \sim \frac{k}{p-k} F_{k,p-k}$
3. $\frac{X'AX}{X'X} \sim Beta\left(\frac{k}{2}, \frac{p}{2}\right)$
4. $\frac{X'AX}{X'X} \sim Beta\left(\frac{k}{2}, \frac{p-k}{2}\right)$

52. If $X \sim N_p(0, I)$ and $A_{p \times p}$ is an idempotent matrix with rank (A) = $k < p$, then which of the following statements is correct?

1. $\frac{X'AX}{X'X} \sim \frac{k}{p} F_{k,p}$
2. $\frac{X'AX}{X'X} \sim \frac{k}{p-k} F_{k,p-k}$
3. $\frac{X'AX}{X'X} \sim Beta\left(\frac{k}{2}, \frac{p}{2}\right)$
4. $\frac{X'AX}{X'X} \sim Beta\left(\frac{k}{2}, \frac{p-k}{2}\right)$

53. PPSWR प्रतिदर्शी स्कीम का उपयोग करके $N (\geq 3)$ की समष्टि में से एक $n (\geq 2)$ आकार का एक प्रतिदर्शी (नमूना) लिया जाता है, जहाँ कि i^{th} इकाई को एक ड्रॉ से चयन करने की प्रायिकता p_i है, $0 < p_i < 1 \forall i = 1, \dots, N$, तथा $\sum_{i=1}^N p_i = 1$.

तब समावेशन प्रायिकता π_{ij} है

1. $1 - p_i^n - p_j^n + (p_i + p_j)^n$
2. $1 - (p_i + p_j - p_i p_j)^n$
3. $1 - (1 - p_i)^n - (1 - p_j)^n - (p_i + p_j)^n$
4. $1 - (1 - p_i)^n - (1 - p_j)^n + (1 - p_i - p_j)^n$

53. A sample of size $n (\geq 2)$ is drawn from a population of $N (\geq 3)$ units using PPSWR sampling scheme, where p_i is the probability of selecting i^{th} unit in a draw, $0 < p_i < 1 \forall i = 1, \dots, N$, and $\sum_{i=1}^N p_i = 1$.

Then the inclusion probability π_{ij} is

1. $1 - p_i^n - p_j^n + (p_i + p_j)^n$
2. $1 - (p_i + p_j - p_i p_j)^n$
3. $1 - (1 - p_i)^n - (1 - p_j)^n - (p_i + p_j)^n$
4. $1 - (1 - p_i)^n - (1 - p_j)^n + (1 - p_i - p_j)^n$

54. किसी 2^4 प्रयोग में दो ब्लॉक व फैक्टर A, B, C तथा D हैं, किसी एक ब्लॉक में निम्नलिखित उपचार युग्म हैं

1. ABC
2. ABD
3. BCD
4. $ABCD$

54. In a 2^4 experiment with two blocks and factors A, B, C and D , one block contains the following treatment combinations $a, b, c, ad, bd, cd, abc, abcd$. Which of the following effects is confounded?

1. ABC
2. ABD
3. BCD
4. $ABCD$

55. किसी हवाई अड्डे पर देशी और अन्तर्राष्ट्रीय यात्री प्लासी प्रबलानुसार ग्रामरेट 100 तथा 70 प्रति घंटे की दर से स्वतंत्र रूप से आते हैं। यदि किसी दिन सुबह के 9:00 से सुबह 11:00 बजे के बीच उस हवाई अड्डे पर आने वाले यात्रियों (देशी और विदेशी) की कुल संख्या 520 है, तो इस अवधि में आने वाले देशी यात्रियों की संख्या का सप्रतिबंध बटन (conditional distribution) क्या है?

1. Poisson (200)
2. Poisson (100)
3. Binomial $(520, \frac{10}{17})$
4. Binomial $(520, \frac{7}{17})$

55. In an airport, domestic passengers and international passengers arrive independently according to Poisson processes with rates 100 and 70 per hour, respectively. If it is given that the total number of passengers (domestic and international) arriving in that airport between 9:00 AM and 11:00 AM on a particular day was 520, then what is the conditional distribution of the number of domestic passengers arriving in this period?

1. Poisson (200)
2. Poisson (100)
3. Binomial $(520, \frac{10}{17})$
4. Binomial $(520, \frac{7}{17})$

56. माना कि $X \geq 0$ (Ω, \mathcal{F}, P) पर एक यादेंगक चर है जिसके लिए $E(X) = 1$ है। माना कि $A \in \mathcal{F}$ एक घटना है जिसके लिए $0 < P(A) < 1$. ऐसे में (Ω, \mathcal{F}) के लिए निम्न में से कौन सा एक अन्य प्रायिकता माप को परिभ्राषित करता है?

1. $Q(B) = P(A \cap B) \quad \forall B \in \mathcal{F}$
2. $Q(B) = P(A \cup B) \quad \forall B \in \mathcal{F}$
3. $Q(B) = E(XI_B) \quad \forall B \in \mathcal{F}$
4. $Q(B) = \begin{cases} P(A|B) & \text{if } P(B) > 0 \\ 0 & \text{if } P(B) = 0 \end{cases}$

56. Let $X \geq 0$ be a random variable on (Ω, \mathcal{F}, P) with $E(X) = 1$. Let $A \in \mathcal{F}$ be an event with $0 < P(A) < 1$. Which of the following defines another probability measure on (Ω, \mathcal{F}) ?

1. $Q(B) = P(A \cap B) \quad \forall B \in \mathcal{F}$
2. $Q(B) = P(A \cup B) \quad \forall B \in \mathcal{F}$
3. $Q(B) = E(XI_B) \quad \forall B \in \mathcal{F}$
4. $Q(B) = \begin{cases} P(A|B) & \text{if } P(B) > 0 \\ 0 & \text{if } P(B) = 0 \end{cases}$

57. माना कि X तथा Y i.i.d यादेंगक चर हैं जो कि $(0, 4)$ पर समान रूप से वर्तित हैं। तब $P(X > Y | X < 2Y)$ है

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. $\frac{1}{3}$ | 2. $\frac{5}{6}$ |
| 3. $\frac{1}{4}$ | 4. $\frac{2}{3}$ |

57. Let X and Y be i.i.d random variables uniformly distributed on $(0, 4)$. Then $P(X > Y | X < 2Y)$ is

- | | |
|------------------|------------------|
| 1. $\frac{1}{3}$ | 2. $\frac{5}{6}$ |
| 3. $\frac{1}{4}$ | 4. $\frac{2}{3}$ |

58. माना कि $\{X_n\}$ एक मार्कोव थेन है जिसकी 3 अवस्थाएँ हैं तथा जिसका संक्रमण प्रायिकता आव्यूह (मैट्रिक्स)

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

है। तब निम्न में से कौन सा कथन सत्य है?

1. $\{X_n\}$ अखंडनीय है।

2. $\{X_n\}$ पुनरावर्ती है।

3. $\{X_n\}$ एक स्थिर प्रायिकता बंटन की अनुमति नहीं देता है।

4. $\{X_n\}$ की एक अवशोषीय अवस्था है।

58. Suppose $\{X_n\}$ is a Markov Chain with 3 states and transition probability matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Then which of the following statements is true?

1. $\{X_n\}$ is irreducible
2. $\{X_n\}$ is recurrent
3. $\{X_n\}$ does not admit a stationary probability distribution
4. $\{X_n\}$ has an absorbing state

59. माना कि $X \sim \text{Cauchy}(0, 1)$. तब $\frac{1-X}{1+X}$ का बंटन है

1. Uniform (0, 1)
2. Normal (0, 1)
3. द्विघरधातव्यी (0, 1)
4. Cauchy (0, 1)

59. Suppose $X \sim \text{Cauchy}(0, 1)$. Then the distribution of $\frac{1-X}{1+X}$ is

1. Uniform (0, 1)
2. Normal (0, 1)
3. Double exponential (0, 1)
4. Cauchy (0, 1)

60. प्रेरण 0.8, 0.71, 0.9, 1.2, 1.68, 1.4, 0.88, 1.62 दिए गए हैं जो कि समान बंटन ($\theta - 0.2, \theta + 0.8$) तथा $-\infty < \theta < \infty$ पर प्राप्त की गई हैं। θ के लिए निम्न में से कौन सा मर्माधिक संभावित अकलन है?

- | | |
|--------|--------|
| 1. 0.7 | 2. 0.9 |
| 3. 1.1 | 4. 1.3 |

60. Given the observations 0.8, 0.71, 0.9, 1.2, 1.68, 1.4, 0.88, 1.62 from the uniform distribution on $(\theta - 0.2, \theta + 0.8)$ with $-\infty < \theta < \infty$, which of the following is a maximum likelihood estimate for θ ?

- | | |
|--------|--------|
| 1. 0.7 | 2. 0.9 |
| 3. 1.1 | 4. 1.3 |

भाग/PART - C

Unit-1

61. मानें कि $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ एक फलन है जो $f(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y, x + y)$ की तरह लिखा जाता है। यदि $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f$ स्थानतः व्युत्क्रमणीय हो (x, y) पर $\}$, तो
- $S = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$
 - S, \mathbb{R}^2 में बिलूप्त है
 - S, \mathbb{R}^2 में सघन है
 - $\mathbb{R}^2 \setminus S$ गणनीय है
61. Let $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ be a function given by $f(x, y) = (x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y, x + y)$. Let $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : f$ is locally invertible at $(x, y)\}$. Then
- $S = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$
 - S is open in \mathbb{R}^2
 - S is dense in \mathbb{R}^2
 - $\mathbb{R}^2 \setminus S$ is countable
62. $X = \mathbb{N}$, धनात्मक पूर्णांकों का समुच्चय मानें। X पर metrics d_1, d_2 पर विचार करें, जहां
- $$d_1(m, n) = |m - n|, m, n \in X$$
- $$d_2(m, n) = \left| \frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right|, m, n \in X$$
- यदि X_1, X_2 क्रमशः दूरीक समष्टि $(X, d_1), (X, d_2)$ के प्रतीक हों, तो
- X_1 पूर्ण है
 - X_2 पूर्ण है
 - X_1 संपूर्णतया परिवद्ध है
 - X_2 संपूर्णतया परिवद्ध है
62. Let $X = \mathbb{N}$, the set of positive integers. Consider the metrics d_1, d_2 on X given by
- $$d_1(m, n) = |m - n|, m, n \in X$$
- $$d_2(m, n) = \left| \frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right|, m, n \in X$$
- Let X_1, X_2 denote the metric spaces $(X, d_1), (X, d_2)$ respectively. Then
- X_1 is complete
 - X_2 is complete
 - X_1 is totally bounded
 - X_2 is totally bounded

63. $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ को ऐसा रैखिक प्रतिचित्र मानें जो $T^2 = T - I_n$ को संतुष्ट करें। तब निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

- T व्युत्क्रमणीय है
- $T - I_n$ व्युत्क्रमणीय नहीं है
- T का वास्तविक अधिलक्षणिक मान है
- $T^3 = -I_n$

63. Let $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ be a linear map that satisfies $T^2 = T - I_n$. Then which of the following are true?

- T is invertible
- $T - I_n$ is not invertible
- T has a real eigen value
- $T^3 = -I_n$

64. $M = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$b_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ तथा $b_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ मानो।

तब निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

- दोनों तंत्र $MX = b_1$ तथा $MX = b_2$ असंगत हैं
- दोनों तंत्र $MX = b_1$ and $MX = b_2$ संगत हैं
- तंत्र $MX = b_1 - b_2$ संगत है
- तंत्र $MX = b_1 - b_2$ असंगत है

64. Let $M = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 3 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$,

$b_1 = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ and $b_2 = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$. Then which of the

following are true?

- both systems $MX = b_1$ and $MX = b_2$ are inconsistent
- both systems $MX = b_1$ and $MX = b_2$ are consistent
- the system $MX = b_1 - b_2$ is consistent
- the systems $MX = b_1 - b_2$ is inconsistent

65. $M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix}$ माना। यदि दिया है कि M का एक अभिलक्षणिक मान 1 है तो निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. M का अल्पिष्ठ बहुपद $(X - 1)(X + 4)$ है
2. M का अल्पिष्ठ बहुपद $(X - 1)^2(X + 4)$ है
3. M विकर्णनीय (diagonalizable) नहीं है
4. $M^{-1} = \frac{1}{4}(M + 3I)$

65. Let $M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -2 & 1 & -4 \end{bmatrix}$. Given that 1 is an eigenvalue of M , then which among the following are correct?
1. The minimal polynomial of M is $(X - 1)(X + 4)$
 2. The minimal polynomial of M is $(X - 1)^2(X + 4)$
 3. M is not diagonalizable
 4. $M^{-1} = \frac{1}{4}(M + 3I)$

66. यदि A वास्तविक आव्यूह है जिसका अभिलक्षणिक बहुपद $(X - 1)^3$ हो तो निम्न में से सत्य कथन छाँटें।
1. A आवश्यकतः विकर्णनीय है
 2. यदि A का अल्पिष्ठ बहुपद $(X - 1)^3$ हो तो A विकर्णनीय है
 3. A^2 का अभिलक्षणिक बहुपद $(X - 1)^3$ है
 4. यदि A के केवल दो जॉर्डन ब्लॉक हों तो $(A - 1)^2$ विकर्णनीय है

66. Let A be a real matrix with characteristic polynomial $(X - 1)^3$. Pick the correct statements from below:
1. A is necessarily diagonalizable
 2. If the minimal polynomial of A is $(X - 1)^3$, then A is diagonalizable
 3. Characteristic polynomial of A^2 is $(X - 1)^3$
 4. If A has exactly two Jordan blocks, then $(A - 1)^2$ is diagonalizable

67. माना कि P_3 अधिकतम 3 घातांक तथा वास्तविक गुणकों वाले बहुपदों की सदिश समष्टि है। $T(p(x)) = p(x+1) + p(x-1)$ से परिभ्रष्ट रैखिक प्रतिचित्र $T: P_3 \rightarrow P_3$ पर विचार करें। P_3 के मानक आधार $B = \{1, x, x^2, x^3\}$ के संबंध में आव्यूह T निम्न में दिए गए को संतुष्ट करती हैं?

1. $\det T = 0$
2. $(T - 2I)^4 = 0$ लेकिन $(T - 2I)^3 \neq 0$
3. $(T - 2I)^3 = 0$ लेकिन $(T - 2I)^2 \neq 0$
4. 2 बहुकाता 4 का अभिलक्षणिक मान है

67. Let P_3 be the vector space of polynomials with real coefficients and of degree at most 3. Consider the linear map $T: P_3 \rightarrow P_3$ defined by $T(p(x)) = p(x+1) + p(x-1)$. Which of the following properties does the matrix of T (with respect to the standard basis $B = \{1, x, x^2, x^3\}$ of P_3) satisfy?

1. $\det T = 0$
2. $(T - 2I)^4 = 0$ but $(T - 2I)^3 \neq 0$
3. $(T - 2I)^3 = 0$ but $(T - 2I)^2 \neq 0$
4. 2 is an eigenvalue with multiplicity 4

68. माना कि M एक $n \times n$ हर्मिटी आव्यूह है जिसकी रैंक (rank) $k, k \neq n$ है। यदि $\lambda \neq 0$ M का एक अभिलक्षणिक मान हो, एकक स्तंभ सदिश u के संगत $Mu = \lambda u$ हो, तो निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. $\text{rank}(M - \lambda uu^*) = k - 1$
2. $\text{rank}(M - \lambda uu^*) = k$
3. $\text{rank}(M - \lambda uu^*) = k + 1$
4. $(M - \lambda uu^*)^n = M^n - \lambda^n uu^*$

68. Let M be an $n \times n$ Hermitian matrix of rank $k, k \neq n$. If $\lambda \neq 0$ is an eigenvalue of M with corresponding unit column vector u , with $Mu = \lambda u$, then which of the following are true?

1. $\text{rank}(M - \lambda uu^*) = k - 1$
2. $\text{rank}(M - \lambda uu^*) = k$
3. $\text{rank}(M - \lambda uu^*) = k + 1$
4. $(M - \lambda uu^*)^n = M^n - \lambda^n uu^*$

69. $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ पर वास्तविक मान फलन B को निम्न प्रकार परिभ्रषित करें।

यदि $v = (x_1, x_2), w = (y_1, y_2)$ का संबंध \mathbb{R}^2 में हो, $B(u, w) = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2$ हो, और माने कि $v_0 = (1, 0)$ तथा $W = \{v \in \mathbb{R}^2 : B(v_0, v) = 0\}$, तब W

1. \mathbb{R}^2 का उपसमृद्धि नहीं है
2. $\{(0,0)\}$ के बराबर है
3. y -अक्ष है
4. $(0,0)$ तथा $(1, 1)$ से होकर जाने वाली रेखा है

69. Define a real valued function B on $\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2$ as follows. If $v = (x_1, x_2), w = (y_1, y_2)$ belong to \mathbb{R}^2 define $B(u, w) = x_1y_1 - x_1y_2 - x_2y_1 + 4x_2y_2$. Let $v_0 = (1, 0)$ and let $W = \{v \in \mathbb{R}^2 : B(v_0, v) = 0\}$. Then W
1. is not a subspace of \mathbb{R}^2
 2. equals $\{(0,0)\}$
 3. is the y axis
 4. is the line passing through $(0,0)$ and $(1, 1)$

70. \mathbb{R}^2 पर इन द्विघाती रूपों

$$\begin{aligned}Q_1(x, y) &= xy \\Q_2(x, y) &= x^2 + 2xy + y^2 \\Q_3(x, y) &= x^2 + 3xy + 2y^2\end{aligned}$$

पर विचारें। निम्न में से सही कथनों को छाँटें।

1. Q_1 तथा Q_2 तुल्य हैं
2. Q_1 तथा Q_3 तुल्य हैं
3. Q_2 तथा Q_3 तुल्य हैं
4. सभी तुल्य हैं

70. Consider the Quadratic forms

$$\begin{aligned}Q_1(x, y) &= xy \\Q_2(x, y) &= x^2 + 2xy + y^2 \\Q_3(x, y) &= x^2 + 3xy + 2y^2\end{aligned}$$

on \mathbb{R}^2 . Choose the correct statements from below:

1. Q_1 and Q_2 are equivalent
2. Q_1 and Q_3 are equivalent
3. Q_2 and Q_3 are equivalent
4. all are equivalent

71. माने कि $\{u_n\}_{n \geq 1}$ वास्तविक संख्याओं का ऐसा अनुक्रम है जो निम्न शर्तों को संतुष्ट करता है:
- (1) $(-1)^n u_n \geq 0$, सभी $n \geq 1$ के लिए
 - (2) $|u_{n+1}| < \frac{|u_n|}{2}$, सभी $n \geq 13$ के लिए
- निम्न में से कौन सा कथन आवश्यकता सही है?

1. $\sum_{n \geq 1} u_n$ \mathbb{R} में अभिसरित नहीं होता
2. $\sum_{n \geq 13} u_n$ शून्य में अभिसरित है
3. $\sum_{n \geq 13} u_n$ एक शून्येतर वास्तविक संख्या में अभिसरित है
4. यदि $|u_{n-1}| < \frac{|u_n|}{2}$, सभी $2 \leq n \leq 13$ के लिए तब $\sum_{n \geq 1} u_n$ एक ऋणात्मक वास्तविक संख्या है

71. Let $\{u_n\}_{n \geq 1}$ be a sequence of real numbers satisfying the following conditions:

$$(1) (-1)^n u_n \geq 0, \text{ for all } n \geq 1$$

$$(2) |u_{n+1}| < \frac{|u_n|}{2}, \text{ for all } n \geq 13$$

Which of the following statements are necessarily true?

1. $\sum_{n \geq 1} u_n$ does not converge in \mathbb{R} .
2. $\sum_{n \geq 13} u_n$ converges to zero.
3. $\sum_{n \geq 13} u_n$ converges to a non-zero real number.
4. If $|u_{n-1}| < \frac{|u_n|}{2}$, for all $2 \leq n \leq 13$, then $\sum_{n \geq 1} u_n$ is a negative real number.

72. माने कि S एक अनंत आव्यूह है। निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. यदि S से \mathbb{N} में इंजेक्शन हो तो S गणनीय है
2. यदि S से \mathbb{N} में आच्छादन (सर्जक्शन) हो तो S गणनीय है
3. यदि \mathbb{N} से S में इंजेक्शन हो तो S गणनीय है
4. यदि \mathbb{N} से S में आच्छादन (सर्जक्शन) हो तो S गणनीय है

72. Let S be an infinite set. Which of the following statements are true?
1. If there is an injection from S to \mathbb{N} , then S is countable
 2. If there is a surjection from S to \mathbb{N} , then S is countable
 3. If there is an injection from \mathbb{N} to S , then S is countable
 4. If there is a surjection from \mathbb{N} to S , then S is countable
73. माना हम अभिज्य संख्याओं को वर्द्धमान क्रम में लिखते हैं और n -th अभिज्य संख्या को p_n से दिखाते हैं, जैसे $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5$, तथा मानें कि यदि $S = \{s_n = p_{n+1} - p_n | n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$, तब निम्न में कौन-सा कथन सत्य है?
1. $\sup S = \infty$
 2. $\limsup_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$
 3. $\inf S < \infty$ and $\inf S = 1$
 4. $\liminf_{n \rightarrow \infty} s_n \geq 2$
73. Let p_n denote the n -th prime number, when we enumerate the prime numbers in the increasing order. For example, $p_1 = 2, p_2 = 3, p_3 = 5$, and so on. Let $S = \{s_n = p_{n+1} - p_n | n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$. Then which of the following are correct?
1. $\sup S = \infty$
 2. $\limsup_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$
 3. $\inf S < \infty$ and $\inf S = 1$
 4. $\liminf_{n \rightarrow \infty} s_n \geq 2$
74. विशृत अंतराल $(0, 1)$ पर $n \geq 1$ के लिए निम्न फलनों के अनुक्रम पर विचार करें।
 $f_n(x) = \frac{1}{2nx+1}, g_n(x) = \frac{x}{2nx+1}$. इन कथनों पर विचार करें।
- (I) अनुक्रम $\{f_n\}$ एक समानतः $(0, 1)$ पर अभिसरित होती है।
 - (II) अनुक्रम $\{g_n\}$ एक समानतः $(0, 1)$ पर अभिसरित होती है।
- तब,
1. (I) सत्य है
 2. (I) असत्य है
 3. (I) असत्य है और (II) सत्य है
 4. (I) तथा (II) दोनों सत्य हैं
74. For $n \geq 1$, consider the sequence of functions
 $f_n(x) = \frac{1}{2nx+1}, g_n(x) = \frac{x}{2nx+1}$ on the open interval $(0, 1)$. Consider the statements:
- (I) The sequence $\{f_n\}$ converges uniformly on $(0, 1)$
 - (II) The sequence $\{g_n\}$ converges uniformly on $(0, 1)$
- Then,
1. (I) is true
 2. (I) is false
 3. (I) is false and (II) is true
 4. Both (I) and (II) are true
75. मानें कि $[0, 1]$ पर $\{f_n\}$ संतत वास्तविक मान फलन का निम्न को संतुष्ट कर रहा अनुक्रम है:
- (A) $\forall x \in \mathbb{R}, \{f_n(x)\}$ एक हासमान अनुक्रम है
 - (B) अनुक्रम $\{f_n\}$ 0 से एक समान अभिसरित होता है
- यदि $g_n(x) = \sum_{k=1}^n (-1)^k f_k(x), \forall x \in \mathbb{R}$.
- तब
1. sup norm के संबंध में $\{g_n\}$ कोशी है
 2. $\{g_n\}$ एक-समान अभिसरित है
 3. $\{g_n\}$ बिंदुश: अभिसरण करे, यह आवश्यक नहीं है
 4. $\exists M > 0$ इस प्रकार कि $|g_n(x)| \leq M, \forall n \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{R}$
75. Suppose that $\{f_n\}$ is a sequence of continuous real valued functions on $[0, 1]$ satisfying the following:
- (A) $\forall x \in \mathbb{R}, \{f_n(x)\}$ is a decreasing sequence.
 - (B) the sequence $\{f_n\}$ converges uniformly to 0.
- Let $g_n(x) = \sum_{k=1}^n (-1)^k f_k(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Then
1. $\{g_n\}$ is Cauchy with respect to the sup norm.
 2. $\{g_n\}$ is uniformly convergent
 3. $\{g_n\}$ need not converge pointwise
 4. $\exists M > 0$ such that $|g_n(x)| \leq M, \forall n \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{R}$

76. यदि $f: \left[\frac{1}{2}, 2\right] \rightarrow \mathbb{R}$ एक नियंत्रित वर्धमान फलन हो तो, हम निर्धारित करते हैं $g(x) = f(x) + f(1/x), x \in [1, 2]$.

$[1, 2]$ के एक विभाजन P पर विचार करो। g के उपरि-रीमान सेग तथा अधो-रीमान योग को $U(P, g)$ तथा $L(P, g)$ से क्रमशः दिखाएं, तो

1. किसी उपयुक्त f के लिए हमें $U(P, g) = L(P, g)$ मिल सकता है
2. किसी उपयुक्त f के लिए हमें $U(P, g) \neq L(P, g)$ मिल सकता है
3. $U(P, g) \geq L(P, g)$ होगा f कुछ भी चुनें
4. $U(P, g) < L(P, g)$ होगा f कुछ भी चुनें

76. Given $f: \left[\frac{1}{2}, 2\right] \rightarrow \mathbb{R}$, a strictly increasing function, we put $g(x) = f(x) + f(1/x), x \in [1, 2]$. Consider a partition P of $[1, 2]$ and let $U(P, g)$ and $L(P, g)$ denote the upper Riemann sum and lower Riemann sum of g . Then

1. for a suitable f we can have $U(P, g) = L(P, g)$
2. for a suitable f we can have $U(P, g) \neq L(P, g)$
3. $U(P, g) \geq L(P, g)$ for all choices of f
4. $U(P, g) < L(P, g)$ for all choices of f

77. f को $(0, 1)$ का वास्तविक मान संतुष्ट अवकलनीय फलन मानें और $g = f' + if$, जहाँ $i^2 = -1$ है तथा f का प्रथम अवकलज f' है। $a, b \in (0, 1)$ को f के 2 उत्तरोत्तर धून्य हों तो निम्न में से कौन से वक्तव्य आवश्यकता सत्य होंगे?

1. यदि $g(a) > 0$, तो g वास्तविक रेखा को उपरि अर्द्धतल से निम्न अर्द्धतल a पर पार करता है।
2. यदि $g(a) > 0$, तो g वास्तविक रेखा को निम्न अर्द्धतल से उपरि अर्द्धतल जाने में a पर पार करता है।
3. यदि $g(a)g(b) \neq 0$, तब $g(a), g(b)$ का चिन्ह एक ही है।
4. यदि $g(a)g(b) \neq 0$, तब $g(a), g(b)$ के चिन्ह विपरीत हैं।

77. Let f be a real valued continuously differentiable function of $(0, 1)$. Set $g = f' + if$, where $i^2 = -1$ and f' is the derivative of f . Let $a, b \in (0, 1)$ be two consecutive zeros of f . Which of the following statements are necessarily true?

1. If $g(a) > 0$, then g crosses the real line from upper half plane to lower half plane at a
2. If $g(a) > 0$, then g crosses the real line from lower half plane to upper half plane at a
3. If $g(a)g(b) \neq 0$, then $g(a), g(b)$ have the same sign
4. If $g(a)g(b) \neq 0$, then $g(a), g(b)$ have opposite signs

78. A को व्युत्क्रमणीय वास्तविक $n \times n$ आव्यूह मानें। एक फलन $F: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ को $F(x, y) = \langle Ax, y \rangle$ से परिभाषित करें जहाँ $\langle x, y \rangle$ x तथा y का अंतर मुण्डन है। यदि $DF(x, y)$ को (x, y) पर F का अवकलज भान लें जो $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ का रेखिक रूपांतरण है, तब

1. यदि $x \neq 0$, तब $DF(x, 0) \neq 0$
2. यदि $y \neq 0$, तब $DF(0, y) \neq 0$
3. यदि $(x, y) \neq (0, 0)$ तब $DF(x, y) \neq 0$
4. यदि $x = 0$ या $y = 0$, तब $DF(x, y) = 0$

78. Let A be an invertible real $n \times n$ matrix. Define a function $F: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ by $F(x, y) = \langle Ax, y \rangle$ where $\langle x, y \rangle$ denotes the inner product of x and y . Let $DF(x, y)$ denote the derivative of F at (x, y) which is a linear transformation from $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Then

1. If $x \neq 0$, then $DF(x, 0) \neq 0$
2. If $y \neq 0$, then $DF(0, y) \neq 0$
3. If $(x, y) \neq (0, 0)$ then $DF(x, y) \neq 0$
4. If $x = 0$ or $y = 0$, then $DF(x, y) = 0$

Unit-2

79. किसी भी समूह G के लिए, $\text{Aut}(G)$ को G की स्वाक्षरिकताओं का समूह मान लें। निम्न में से कौन से सही हैं?
- यदि G परिसीमित है, तब $\text{Aut}(G)$ परिसीमित है
 - यदि G चक्रिक है, तब $\text{Aut}(G)$ चक्रिक है
 - यदि G अनंत है, तब $\text{Aut}(G)$ अनंत है
 - यदि $\text{Aut}(G)$ को $\text{Aut}(H)$ का समरूपी माने जाहैं तथा H दो समूह हैं, तो G भी H का समरूपी है
79. For any group G , let $\text{Aut}(G)$ denote the group of automorphisms of G . Which of the following are true?
- If G is finite, then $\text{Aut}(G)$ is finite.
 - If G is cyclic, then $\text{Aut}(G)$ is cyclic
 - If G is infinite, then $\text{Aut}(G)$ is infinite
 - If $\text{Aut}(G)$ is isomorphic to $\text{Aut}(H)$, where G and H are two groups, then G is isomorphic to H
80. G को निम्न गुण वाला समूह मानें : कोई भी धन पूर्णांकों m, n तथा r के लिए G में ऐसे अवयव g तथा h हैं, कि $\text{order}(g) = m$, $\text{order}(h) = n$ तथा $\text{order}(gh) = r$, तब निम्न में से कौन से कथन आवश्यकतः सत्य हैं?
- G अनंत समूह ही होगा
 - G चक्रिक समूह नहीं हो सकता
 - G में अनंत बहु (infinitely many) चक्रिक उपसमूह हैं
 - G अन्-आबेली समूह ही होगा
80. Let G be a group with the following property: Given any positive integers m, n and r there exist elements g and h in G such that $\text{order}(g) = m$, $\text{order}(h) = n$ and $\text{order}(gh) = r$. Then which of the following are necessarily true?
- G has to be an infinite group
 - G cannot be a cyclic group
 - G has infinitely many cyclic subgroups
 - G has to be a non-abelian group

81. माने कि R एक छलय $\mathbb{C}[x]/(x^2 + 1)$ है। निम्न में से कौन से सही कथन छोटेह:
- $\dim_{\mathbb{C}} R = 3$
 - R की ठीक-ठीक दो अभाज्य गुणजावली हैं
 - R एक अद्वितीय गुणजखंडन प्रांत (UFD) है
 - (x) R की उचित गुणजावली है
81. Let R be the ring $\mathbb{C}[x]/(x^2 + 1)$. Pick the correct statements from below:
- $\dim_{\mathbb{C}} R = 3$
 - R has exactly two prime ideals
 - R is a UFD
 - (x) is a maximal ideal of R
82. $f(x) = x^2 - 105x + 12$ माने तो निम्न में से कौन से कथन सही हैं?
- \mathbb{Q} पर $f(x)$ लघुकरणीय है
 - ऐसा पूर्णांक m है जिसके लिए $f(m) = 105$
 - ऐसा पूर्णांक m है जिसके लिए $f(m) = 2$
 - $f(m)$ किसी भी पूर्णांक m के लिए अभाज्य संख्या नहीं है
82. Let $f(x) = x^2 - 105x + 12$. Then which of the following are correct?
- $f(x)$ is reducible over \mathbb{Q}
 - There exists an integer m such that $f(m) = 105$
 - There exists an integer m such that $f(m) = 2$
 - $f(m)$ is not a prime number for any integer m
83. माने कि $\alpha = \sqrt[3]{2} \in \mathbb{R}$ तथा $\xi = \exp\left(\frac{2\pi i}{3}\right)$. माने कि $K = \mathbb{Q}(\alpha\xi)$. निम्न में से सही कथनों को चुनें:
- \mathbb{C} की क्षेत्र समाकारिता σ है, ऐसे कि $\sigma(K) = K$ तथा $\sigma \neq id$
 - \mathbb{C} की क्षेत्र समाकारिता σ है, ऐसे कि $\sigma(K) \neq K$
 - \mathbb{Q} का परिमित विस्तार E इस तरह से है कि $K \subseteq E$ तथा E की हर क्षेत्र समाकारिता σ के लिए $\sigma(K) \subseteq E$
 - K की सब क्षेत्र समाकारिताओं σ के लिए, $\sigma(\alpha\xi) = \alpha\xi$

83. Let $\alpha = \sqrt[5]{2} \in \mathbb{R}$ and $\xi = \exp\left(\frac{2\pi i}{5}\right)$. Let $K = \mathbb{Q}(\alpha\xi)$. Pick the correct statements from below:
1. There exists a field automorphism σ of \mathbb{C} such that $\sigma(K) = K$ and $\sigma \neq \text{Id}$
 2. There exists a field automorphism σ of \mathbb{C} such that $\sigma(K) \neq K$
 3. There exists a finite extension E of \mathbb{Q} such that $K \subseteq E$ and $\sigma(K) \subseteq E$ for every field automorphism σ of E
 4. For all field automorphisms σ of K , $\sigma(\alpha\xi) = \alpha\xi$
84. मानें कि $X = \{(x_i)_{i \geq 1} : x_i \in \{0,1\}\}$ सभी $i \geq 1$ के लिए जबकि मीट्रिक $d((x_i), (y_i)) = \sum_{i \geq 1} |x_i - y_i|2^{-i}$, यदि $f: X \rightarrow [0,1]$ वह फलन हो जिसे $f(x_i)_{i \geq 1} = \sum_{i \geq 1} x_i 2^{-i}$ परिभाषित करता है तो निम्न में से सही कथन चुनें:
1. f संतत है
 2. f onto है
 3. f one-to-one है
 4. f विवृत है
84. Let $X = \{(x_i)_{i \geq 1} : x_i \in \{0,1\}$ for all $i \geq 1\}$ with the metric $d((x_i), (y_i)) = \sum_{i \geq 1} |x_i - y_i|2^{-i}$. Let $f: X \rightarrow [0,1]$ be the function defined by $f(x_i)_{i \geq 1} = \sum_{i \geq 1} x_i 2^{-i}$. Choose the correct statements from below:
1. f is continuous
 2. f is onto
 3. f is one-to-one
 4. f is open
85. मानें कि \mathbb{R} का एक उपसमुच्चय A है जो $A = \bigcap_{n \geq 1} V_n$ को संतुष्ट करता है, जहाँ हर $n \geq 1$ के लिए, V_n , \mathbb{R} का एक विद्युत संघर्ष उपसमुच्चय है। निम्न में से कौन सा सही है?
1. A एक अरिक्त समुच्चय है
 2. A गणनीय है
 3. A अगणनीय है
 4. A , \mathbb{R} में संघर्ष है
85. Let A be a subset of \mathbb{R} satisfying $A = \bigcap_{n \geq 1} V_n$, where for each $n \geq 1$, V_n is an open dense subset of \mathbb{R} . Which of the following are correct?
1. A is a non-empty set
 2. A is countable
 3. A is uncountable
 4. A is dense in \mathbb{R}
86. H को उपरि अंदरूनी तत्त्व मानें अर्थात् $H = \{z = x + iy : y > 0\}$ $z \in H$ के लिए, निम्न में से कौन से कथन सही हैं?
1. $\frac{1}{z} \in H$
 2. $\frac{1}{z^2} \in H$
 3. $\frac{-z}{z+1} \in H$
 4. $\frac{z}{2z+1} \in H$
86. Let H denote the upper half plane, that is, $H = \{z = x + iy : y > 0\}$. For $z \in H$, which of the following are true?
1. $\frac{1}{z} \in H$
 2. $\frac{1}{z^2} \in H$
 3. $\frac{-z}{z+1} \in H$
 4. $\frac{z}{2z+1} \in H$
87. मानें कि $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ विश्वेषिक फलन है। तब निम्न में से कौन से कथन सही हैं?
1. यदि सभी $z \in \mathbb{C}$ के लिए $|f(z)| \leq 1$, f' के \mathbb{C} में अजंता बहुत शून्य है
 2. यदि f onto हो, तो फलन $f(\cos z)$ onto है
 3. यदि f onto हो, तो फलन $f(e^z)$ onto है
 4. यदि f is one-one है, तो फलन $f(z^4 + z + 2)$ one-one है
87. Let $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ be an analytic function. Then which of the following statements are true?
1. If $|f(z)| \leq 1$ for all $z \in \mathbb{C}$, then f' has infinitely many zeros in \mathbb{C}
 2. If f is onto, then the function $f(\cos z)$ is onto
 3. If f is onto, then the function $f(e^z)$ is onto
 4. If f is one-one, then the function $f(z^4 + z + 2)$ is one-one

88. सर्वत्र वैश्लेषिक फलन $f(z) = 1 + z + z^{20}$ तथा $g(z) = e^z, z \in \mathbb{C}$ पर विचार करें। निम्न में से कौन से कथन सही हैं?
1. $\lim_{|z| \rightarrow \infty} |f(z)| = \infty$
 2. $\lim_{|z| \rightarrow \infty} |g(z)| = \infty$
 3. $f^{-1}(\{z \in \mathbb{C}: |z| \leq R\})$ हर $R > 0$ के लिए परिवर्द्ध है
 4. $g^{-1}(\{z \in \mathbb{C}: |z| \leq R\})$ हर $R > 0$ के लिए परिवर्द्ध है
88. Consider the entire functions $f(z) = 1 + z + z^{20}$ and $g(z) = e^z, z \in \mathbb{C}$. Which of the following statements are true?
1. $\lim_{|z| \rightarrow \infty} |f(z)| = \infty$
 2. $\lim_{|z| \rightarrow \infty} |g(z)| = \infty$
 3. $f^{-1}(\{z \in \mathbb{C}: |z| \leq R\})$ is bounded for every $R > 0$
 4. $g^{-1}(\{z \in \mathbb{C}: |z| \leq R\})$ is bounded for every $R > 0$
89. निम्न से कौन सा कथन सही है?
1. $\tan z$ एक सर्वश्रद्धालू वैश्लेषिक फलन है
 2. $\tan z$ \mathbb{C} पर अनंतकी फलन है
 3. ∞ पर $\tan z$ में छिनग विचित्रता है
 4. ∞ पर $\tan z$ में अवियुक्त विचित्रता है
89. Which of the following statements are true?
1. $\tan z$ is an entire function
 2. $\tan z$ is a meromorphic function on \mathbb{C}
 3. $\tan z$ has an isolated singularity at ∞
 4. $\tan z$ has a non-isolated singularity at ∞
90. यदि $a_1 < a_2 < \dots < a_{51}$ दिए गए ऐसे ज़िन्दा-मिन्न धन पूर्णांक हों कि $1 \leq a_i \leq 100$ सभी $i = 1, 2, \dots, 51$ के लिए। तब निम्न में से कौन से कथन सही हैं?
1. ऐसे i तथा j हैं जिनके लिए $1 \leq i < j \leq 51$ तथा a_j को a_i से विभाजित कर सकने की शर्त पूरी होती है।
 2. ऐसा i है कि $1 \leq i \leq 51$ जहां a_i विषम पूर्णांक है
 3. ऐसा j है कि $1 \leq j \leq 51$ जहां a_j सम पूर्णांक है
 4. ऐसा $i < j$ है कि $|a_i - a_j| > 51$
90. Let $a_1 < a_2 < \dots < a_{51}$ be given distinct natural numbers such that $1 \leq a_i \leq 100$ for all $i = 1, 2, \dots, 51$. Then which of the following are correct?
1. There exist i and j with $1 \leq i < j \leq 51$ satisfying a_j divides a_i .
 2. There exists i with $1 \leq i \leq 51$ such that a_i is an odd integer.
 3. There exists j with $1 \leq j \leq 51$ such that a_j is an even integer.
 4. There exist $i < j$ such that $|a_i - a_j| > 51$.

Unit-3

91. मानें कि फलन $u(x, t)$ आर्शीक अवकलन समीकरण (PDE): $u_t + uu_x = 1, x \in \mathbb{R}, t > 0$, तथा प्रारंभिक अवस्था $u\left(\frac{t^2}{4}, t\right) = \frac{t}{2}$ को समृद्ध करता है, तब प्रारंभिक माल समस्या (IVP) का/के
1. केवल एक हल है
 2. दो हल हैं
 3. संख्या में अनंत हल हैं
 4. ऐसे हल हैं जिनमें से कोई भी अग्रिमदर्शणिक आपार ब्रू पर अवकलनीय नहीं है
91. Let $u(x, t)$ be a function that satisfies the PDE : $u_t + uu_x = 1, x \in \mathbb{R}, t > 0$, and the initial condition $u\left(\frac{t^2}{4}, t\right) = \frac{t}{2}$. Then the IVP has
1. only one solution
 2. two solutions
 3. an infinite number of solutions
 4. solutions none of which is differentiable on the characteristic basic curve
92. $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ को अद्वितीय नियत बिंदु $f(x_n) = x_n$ के साथ दो बार संतत अवकलनीय फलन मानें। दिए गए $x_0 \in (0, 1)$ के लिए पुनरावृत्ति $x_{n+1} = f(x_n)$ पर विचार करें जहां $n \geq 0$ हो।
- यदि $L = \max_{x \in [0, 1]} |f'(x)|$, तो निम्न में से कौन से सही हैं?
1. यदि $L < 1$, तो x_n, x पर अभिसरित होगा
 2. x_n अभिसरित होता है x पर, यदि $L \geq 1$

3. यदि $e_n = x_n - x_*$ तो $|e_{n+1}| < L|e_n|$ को संतुष्ट करता है।
4. यदि $f'(x_*) = 0$, तो कुछ $C > 0$ के लिए $|e_{n+1}| < C|e_n|^2$
92. Let $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ be twice continuously differentiable function with a unique fixed point $f(x_*) = x_*$. For a given $x_0 \in (0, 1)$ consider the iteration $x_{n+1} = f(x_n)$ for $n \geq 0$.
If $L = \max_{x \in [0,1]} |f'(x)|$, then which of the following are true?
 1. If $L < 1$, then x_n converges to x_* .
 2. x_n converges to x_* provided $L \geq 1$
 3. The error $e_n = x_n - x_*$ satisfies $|e_{n+1}| < L|e_n|$
 4. If $f'(x_*) = 0$, then $|e_{n+1}| < C|e_n|^2$ for some $C > 0$

93. माने कि $u(x)$ परिसीमित मान समस्या

$$(BVP) \quad \begin{cases} u'' + u' = 0, & x \in (0,1) \\ u(0) = 0 \\ u(1) = 1. \end{cases}$$

को संतुष्ट करता है। (BVP) की परिमित अंतर समिक्षण पर विचार करें

$$(BVP)_h \quad \begin{cases} \frac{U_{j+1}-2U_j+U_{j-1}}{h^2} + \frac{U_{j+1}-U_{j-1}}{2h} = 0, & j = 1, \dots, N-1 \\ U_0 = 0 \\ U_N = 1 \end{cases}$$

U_j यहाँ पर $u(x_j)$ का समिक्षण है, जहाँ $x_j = jh$, $j = 0, \dots, N$, $[0,1]$ का विभाजन है जबकि $h = 1/N$ एवं N एक धनात्मक पूर्णांक है। तब निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. $(BVP)_h$ का कुछ $a, b \in \mathbb{R}$ के लिए $U_j = ar^j + b$ के रूप का हल है, जहाँ $a, b \in \mathbb{R}, r \neq 1$ और जहाँ, r इसे संतुष्ट करता है: $(2+h)r^2 - 4r + (2-h) = 0$
2. $U_j = (r^j - 1)/(r^N - 1)$ जहाँ, r इसे संतुष्ट करता है: $(2+h)r^2 - 4r + (2-h) = 0$ तथा $r \neq 1$
3. x में एकदिष्ट है u
4. j में एकदिष्ट है U_j

93. Let $u(x)$ satisfy the boundary value problem

$$(BVP) \quad \begin{cases} u'' + u' = 0, & x \in (0,1) \\ u(0) = 0 \\ u(1) = 1. \end{cases}$$

Consider the finite difference approximation to (BVP)

$$(BVP)_h \quad \begin{cases} \frac{U_{j+1}-2U_j+U_{j-1}}{h^2} + \frac{U_{j+1}-U_{j-1}}{2h} = 0, & j = 1, \dots, N-1 \\ U_0 = 0 \\ U_N = 1 \end{cases}$$

Here U_j is an approximation to $u(x_j)$ where $x_j = jh, j = 0, \dots, N$ is a partition of $[0,1]$ with $h = 1/N$ for some positive integer N . Then which of the following are true?

1. There exists a solution to $(BVP)_h$ of the form $U_j = ar^j + b$ for some $a, b \in \mathbb{R}$ with $r \neq 1$ and r satisfying $(2+h)r^2 - 4r + (2-h) = 0$
2. $U_j = (r^j - 1)/(r^N - 1)$ where r satisfies $(2+h)r^2 - 4r + (2-h) = 0$ and $r \neq 1$
3. u is monotonic in x
4. U_j is monotonic in j

94. $y(0) = 0, y(1) = 0$ का प्राप्त करते हुए

$$\text{फलनक } J[y] = \int_0^1 [(y')^2 - (y')^4] dx$$

पर विचार करें। खंडित चरम एक संतत चरम है जिसके अवकलज में परिसीमित संख्या में बिंदुओं पर अनुत्तिअसांतत्य है। तब निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. कोई खंडित चरम नहीं है तथा $y = 0$ एक चरम है
2. एक कोई अद्वितीय खंडित चरम होगा
3. एकाधिक तथा परिसीमित वहु खंडित चरम हैं
4. अनंत वहु खंडित चरम हैं

94. Consider the functional

$J[y] = \int_0^1 [(y')^2 - (y')^4] dx$ subject to $y(0) = 0, y(1) = 0$. A broken extremal is a continuous extremal whose derivative has jump discontinuities at a finite number of points. Then which of the following statements are true?

1. There are no broken extremals and $y = 0$ is an extremal
2. There is a unique broken extremal
3. There exist more than one and finitely many broken extremals
4. There exist infinitely many broken extremals

95. $y(x) = y'(0) = y(1) = 0, y'(1) = 6$, का पालन करते हुए फलनक

$J[y] = \int_0^1 [720x^2y - (y'')^2] dx$ के चरम हैं:

1. $x^6 + 2x^3 - 3x^2$
2. $x^5 + 4x^4 - 5x^3$
3. $x^5 + x^4 - 2x^3$
4. $x^6 + 4x^3 - 6x^2$

95. The extremals of the functional

$J[\dot{y}] = \int_0^1 [720x^2y - (y'')^2] dx$, subject to $y(x) = y'(0) = y(1) = 0, y'(1) = 6$, are

1. $x^6 + 2x^3 - 3x^2$
2. $x^5 + 4x^4 - 5x^3$
3. $x^5 + x^4 - 2x^3$
4. $x^6 + 4x^3 - 6x^2$

96. यदि

$$\phi(x) = 1 - 2x - 4x^2 + \int_0^x [3 + 6(x-t) - 4(x-t)^2] \varphi(t) dt,$$

का हल φ है, तो $\varphi(\log 2)$ का मान है

1. 2
2. 4
3. 6
4. 8

96. If φ is the solution of

$$\varphi(x) = 1 - 2x - 4x^2 + \int_0^x [3 + 6(x-t) - 4(x-t)^2] \varphi(t) dt,$$

then $\varphi(\log 2)$ is equal to

1. 2
2. 4
3. 6
4. 8

97. $K(x, t) = \begin{cases} x(t-1), & 0 \leq x \leq t \\ t(x-1), & t \leq x \leq 1 \end{cases}$

अधिक वाले समयाती फ्रेडहोल्म समाकल समीकरण की अधिलक्षणिक संख्या तथा उसके संगत अधिलक्षणिक मान हैं

1. $\lambda = -\pi^2, \varphi(x) = \sin \pi x$
2. $\lambda = -2\pi^2, \varphi(x) = \sin 2\pi x$
3. $\lambda = -3\pi^2, \varphi(x) = \sin 3\pi x$
4. $\lambda = -4\pi^2, \varphi(x) = \sin 2\pi x$

97. A characteristic number and the corresponding eigenfunction of the homogeneous Fredholm integral equation with kernel

$$K(x, t) = \begin{cases} x(t-1), & 0 \leq x \leq t \\ t(x-1), & t \leq x \leq 1 \end{cases}$$

are

1. $\lambda = -\pi^2, \varphi(x) = \sin \pi x$
2. $\lambda = -2\pi^2, \varphi(x) = \sin 2\pi x$
3. $\lambda = -3\pi^2, \varphi(x) = \sin 3\pi x$
4. $\lambda = -4\pi^2, \varphi(x) = \sin 2\pi x$

98. द्रव्यमान m के बिंदु द्रव्यमान पर विचार करें जो लंबाई a की द्रव्यमान विहीन दड़ छड़ी से जुड़ा है। छड़ी का दूसरा सिरा ऊर्ध्व दिशा में इस तरह से बलाया जाता है कि समय t पर मूल बिंदु से इसके अधोमुखी विस्थापन तथा इसके स्थिति सदिश को निम्न से दर्शाया जा सकता है $z(t) = z_0 \cos(\omega t)$. बिंदु द्रव्यमान एक निश्चित तरफ में गति कर रहा है तब निश्चित समय t पर इसका स्थिति सदिश निम्न से दिया जाता है:

$r(t) = (a \sin \theta(t), z(t) + a \cos \theta(t))$, तब बिंदु द्रव्यमान का गति-समीकरण है

1. $a \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (g + z_0 \omega^2 \cos(\omega t)) \sin \theta = 0$
2. $a \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (g - z_0 \omega \cos(\omega t)) \sin \theta = 0$
3. $a \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (g + z_0^2 \omega^2 \cos(\omega t)) \cos \theta = 0$
4. $a \frac{d^2 \theta}{dt^2} + (g - z_0 \omega^2 \cos(\omega t)) \cos \theta = 0$

98. Consider a point mass of mass m which is attached to a mass-less rigid rod of length a . The other end of the rod is made to move vertically such that its downward displacement from the origin at time t is given by $z(t) = z_0 \cos(\omega t)$. The mass is moving in a fixed plane and its position vector at time t is given by $\vec{r}(t) = (a \sin\theta(t), z(t) + a \cos\theta(t))$. Then the equation of motion of the point mass is
1. $a \frac{d^2\theta}{dt^2} + (g + z_0 \omega^2 \cos(\omega t)) \sin\theta = 0$
 2. $a \frac{d^2\theta}{dt^2} + (g - z_0 \omega \cos(\omega t)) \sin\theta = 0$
 3. $a \frac{d^2\theta}{dt^2} + (g + z_0^2 \omega^2 \cos(\omega t)) \cos\theta = 0$
 4. $a \frac{d^2\theta}{dt^2} + (g - z_0 \omega^2 \cos(\omega t)) \cos\theta = 0$
99. किसी दो विशेष व्यापक हलों का अवकलन समीकरण के तीन हल हैं
 $y_1(x) = 1 + xe^{x^2}$, $y_2(x) = (1+x)e^{x^2} - 1$, $y_3(x) = 1 + e^{x^2}$.
 निम्न में से कौन/ कौन-कौन से अवकलन समीकरण व्यापक हल हैं/हैं?
1. $(C_1 + 1)y_1 + (C_2 - C_1)y_2 - C_2y_3$, जहाँ C_1 तथा C_2 स्वेच्छ स्थिरांक हैं
 2. $C_1(y_1 - y_2) + C_2(y_2 - y_3)$, जहाँ C_1 तथा C_2 स्वेच्छ स्थिरांक हैं
 3. $C_1(y_1 - y_2) + C_2(y_2 - y_3) + C_3(y_3 - y_1)$, जहाँ C_1 , C_2 तथा C_3 स्वेच्छ स्थिरांक हैं
 4. $C_1(y_1 - y_2) + C_2(y_3 - y_2) + y_1$, जहाँ C_1 तथा C_2 स्वेच्छ स्थिरांक हैं
99. Three solutions of a certain second order non-homogeneous linear differential equation are
 $y_1(x) = 1 + xe^{x^2}$, $y_2(x) = (1+x)e^{x^2} - 1$, $y_3(x) = 1 + e^{x^2}$.
 Which of the following is (are) general solution(s) of the differential equation?
1. $(C_1 + 1)y_1 + (C_2 - C_1)y_2 - C_2y_3$, where C_1 and C_2 are arbitrary constants
 2. $C_1(y_1 - y_2) + C_2(y_2 - y_3)$, where C_1 and C_2 are arbitrary constants
 3. $C_1(y_1 - y_2) + C_2(y_2 - y_3) + C_3(y_3 - y_1)$, where C_1 , C_2 and C_3 are arbitrary constants
 4. $C_1(y_1 - y_3) + C_2(y_3 - y_2) + y_1$, where C_1 and C_2 are arbitrary constants
100. यदि $x \in I$ तथा $p(x), q(x), r(x)$ अंतराल I में शून्यतर संतत फलन हों तो अवकलन समीकरण $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$ को प्राचल विदरण विधि से हल करने में एक विशिष्ट रूप के हल $y_p(x) = v_1(x)y_1(x) + v_2(x)y_2(x)$ द्वारा जाता है जहाँ y_1 तथा y_2 होंगे $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$ के अधिक स्वतंत्र हल तथा $v_1(x)$ एवं $v_2(x)$ फलन जिनका पता लगाना है। निम्न में से कौन से कथन आवश्यकतः सही हैं?
1. y_1 तथा y_2 का रास्तिकारण I में कभी शून्य नहीं है
 2. v_1, v_2 तथा $v_1y_1 + v_2y_2$ दो बार अवकलनीय हैं
 3. v_1 तथा v_2 दो बार अवकलनीय न हों भरंतु $v_1y_1 + v_2y_2$ दो बार अवकलनीय हैं
 4. $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$ के हलों के समुच्चय में $ay_1 + by_2 + y_p$ के रूप के फलन हैं, जहाँ $a, b \in \mathbb{R}$ स्वेच्छ गुणांक हैं
100. The method of variation of parameters to solve the differential equation $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$, where $x \in I$ and $p(x), q(x), r(x)$ are non-zero continuous functions on an interval I , seeks a particular solution of the form $y_p(x) = v_1(x)y_1(x) + v_2(x)y_2(x)$, where y_1 and y_2 are linearly independent solutions of $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$, and $v_1(x)$ and $v_2(x)$ are functions to be determined. Which of the following statements are necessarily true?
1. The Wronskian of y_1 and y_2 is never zero in I
 2. v_1, v_2 and $v_1y_1 + v_2y_2$ are twice differentiable
 3. v_1 and v_2 may not be twice differentiable, but $v_1y_1 + v_2y_2$ is twice differentiable
 4. The solution set of $y'' + p(x)y' + q(x)y = r(x)$ consists of functions of the form $ay_1 + by_2 + y_p$ where $a, b \in \mathbb{R}$ are arbitrary constants

101. अभिलक्षणिक मान समस्या पर विचार:

$$\begin{aligned}y'' + \lambda y &= 0 \text{ for } x \in (-1,1) \\y(-1) &= y(1) \\y'(-1) &= y'(1).\end{aligned}$$

निम्न में से कौन से कथन सत्य हैं?

1. सब अभिलक्षणिक मान हृदय: धनात्मक हैं
2. सब अभिलक्षणिक मान ऋणीतर हैं
3. अन्न अभिलक्षणिक मान $L^2[-1,1]$ में लाभिक हैं।
4. अभिलक्षणिक मानों के अनुक्रम ऊपर परिवर्द्ध है।

101. Consider the eigenvalue problem

$$\begin{aligned}y'' + \lambda y &= 0 \text{ for } x \in (-1,1) \\y(-1) &= y(1) \\y'(-1) &= y'(1).\end{aligned}$$

Which of the following statements are true?

1. All eigenvalues are strictly positive.
2. All eigenvalues are non-negative.
3. Distinct eigenfunctions are orthogonal in $L^2[-1,1]$.
4. The sequence of eigenvalues is bounded above.

102. प्रारंभिक मान समस्या (IVP):

$$\begin{aligned}xu_x + tu_t &= u + 1, x \in \mathbb{R}, t \geq 0 \\u(x, t) &= x^2, \quad t = x^2 \text{ पर विधार करें।}\end{aligned}$$

1. (0,0) पर हल विचित्र है
2. दिया आकाश वक्र $(x, t, u) = (\xi, \xi^2, \xi^2)$ (0,0) पर अभिलक्षणिक वक्र नहीं है
3. (x, t) तल में कोई आपार-अभिलक्षणिक वक्र (0,0) से नहीं गुज़र रहा है
4. प्रारंभिक मान समस्या (IVP) का (0,0) पर अद्वितीय C^1 हल हो, इसके लिए आवश्यक शर्त नहीं मिलती

102. Consider the IVP:

$$\begin{aligned}xu_x + tu_t &= u + 1, x \in \mathbb{R}, t \geq 0 \\u(x, t) &= x^2, \quad t = x^2.\end{aligned}$$

Then

1. the solution is singular at (0,0)
2. the given space curve $(x, t, u) = (\xi, \xi^2, \xi^2)$ is not a characteristic curve at (0,0)

3. there is no base-characteristic curve in the (x, t) plane passing through (0,0)
4. a necessary condition for the IVP to have a unique C^1 solution at (0,0) does not hold

Unit-4

103. मानों कि 0 के सापेक्ष सममित, सार्व संतत बंटन F का अनुसरण कर रहे स्वतंत्र यादित्रिक चर X_1, X_2, \dots, X_n हैं। तथा $i = 1, 2, \dots, n$, के लिए

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{if } X_i > 0 \\ -1 & \text{if } X_i < 0 \text{ तथा} \\ 0 & \text{if } X_i = 0 \end{cases}$$

R_i = समुच्चय $\{|X_1|, \dots, |X_n|\}$ में $|X_i|$ की कोटि है। निम्न में से कौन से कथन सही हैं?

1. S_1, S_2, \dots, S_n स्वतंत्र तथा सर्वसमतः बंटित हैं
2. R_1, R_2, \dots, R_n स्वतंत्र तथा सर्वसमतः बंटित हैं
3. $S = (S_1, \dots, S_n)$ तथा $R = (R_1, \dots, R_n)$ स्वतंत्र हैं।
4. $T = \sum_{i=1}^n S_i R_i$ आवित्रण F के फलन रूप पर लिर्भर नहीं करेगा

103. Let X_1, X_2, \dots, X_n be independent random variables following a common continuous distribution F , which is symmetric about 0. For $i = 1, 2, \dots, n$, define

$$S_i = \begin{cases} 1 & \text{if } X_i > 0 \\ -1 & \text{if } X_i < 0 \text{ and} \\ 0 & \text{if } X_i = 0 \end{cases}$$

R_i = rank of $|X_i|$ in the set $\{|X_1|, \dots, |X_n|\}$. Which of the following statements are correct?

1. S_1, S_2, \dots, S_n are independent and identically distributed
2. R_1, R_2, \dots, R_n are independent and identically distributed
3. $S = (S_1, \dots, S_n)$ and $R = (R_1, \dots, R_n)$ are independent
4. The distribution of $T = \sum_{i=1}^n S_i R_i$ does not depend on the functional form of F

- 106.** Suppose that X_1, X_2, \dots, X_{10} are i.i.d. $N(0, 1)$. Which of the following statements are correct?
1. $P\{X_1 > X_2 + X_3 + \dots + X_{10}\} = \frac{1}{2}$
 2. $P\{X_1 > X_2 X_3 \dots X_{10}\} = \frac{1}{2}$
 3. $P\{\sin(X_1) > \sin(X_2) + \sin(X_3) + \dots + \sin(X_{10})\} = \frac{1}{2}$
 4. $P\{\sin(X_1) > \sin(X_2 + X_3 + \dots + X_{10})\} = \frac{1}{2}$
- 107.** दो एक समान बंटनों $U(0, 2)$ तथा $U(1, 5)$ की वर्गीकरण समस्या पर विचार कीजिए। मानें कि π ($0 < \pi < 1$) उस वर्ग की पूर्व प्रायिकता है जिसका $U(0, 2)$ बंटन है। यदि $0 - 1$ हानि फलन पर विचार करें तो निम्न में से कौन सा कथन सही है?
1. $\pi < 1/3$ के लिए, बेज ज्ञाखिम (अर्थात् बेज क्लासीफायर की औसत मिसकलासी-फिकेशन प्रायिकता) $1/6$ से कम है।
 2. $\pi > 1/3$ के लिए, बेज ज्ञाखिम $1/6$ से कम है।
 3. $\pi = 1/3$ बेज ज्ञाखिम $1/6$ है।
 4. π , कुछ भी छोटे, बेज क्लासीफायर अद्वितीय है।
- 107.** Consider a classification problem between two uniform distributions $U(0, 2)$ and $U(1, 5)$. Let π ($0 < \pi < 1$) be the prior probability of the class having $U(0, 2)$ distribution. If we consider the $0 - 1$ loss function, which of the following statements are correct?
1. For $\pi < 1/3$, the Bayes' risk (i.e., the average misclassification probability of the Bayes classifier) is smaller than $1/6$.
 2. For $\pi > 1/3$, the Bayes' risk is smaller than $1/6$.
 3. For $\pi = 1/3$, the Bayes' risk is $1/6$.
 4. For all choices of π , the Bayes' classifier is unique.
- 108.** मानें कि $N(>n)$ इकाइयों की समष्टि में से निम्नवत् अनुक्रमतः $n(\geq 2)$ इकाइयां निकाली जाती हैं। $U(0, 1)$ में से N आकार का यादचित्क
- नमूना U_1, U_2, \dots, U_N निकाला जाता है। k -th समष्टि इकाई छट्टी है यदि $U_k < \frac{n-n_k}{N-k+1}, k = 1, 2, \dots, N$ जहाँ $n_1 = 0$ तथा $n_k =$ हर $k = 2, 3, \dots, N$ के लिए पहली ($k - 1$) इकाइयों में से छांटी गई इकाइयों की संख्या, तब
1. दूसरी इकाई के नमूने में समिलित होने की प्रायिकता $\frac{n}{N}$ है।
 2. पहली तथा दूसरी इकाई के नमूने में समिलित होने की प्रायिकता $\frac{n(n-1)}{N(N-1)}$ है।
 3. पहली इकाई के समिलित न होने और दूसरी के नमूने में होने की प्रायिकता $\frac{n(n-n)}{N(N-1)}$ है।
 4. पहली इकाई के समिलित होने और दूसरी के न होने की प्रायिकता $\frac{n(n-1)}{N(N-1)}$ है।
- 108.** Suppose $n(\geq 2)$ units are drawn from a population of $N(>n)$ units sequentially as follows. A random sample U_1, U_2, \dots, U_N of size N is drawn from $U(0, 1)$. The k -th population unit is selected if $U_k < \frac{n-n_k}{N-k+1}, k = 1, 2, \dots, N$, where $n_1 = 0$ and $n_k =$ number of units selected out of first $k - 1$ units for each $k = 2, 3, \dots, N$. Then
1. The probability of inclusion of the 2^{nd} unit in the sample is $\frac{n}{N}$.
 2. The probability of inclusion of the 1^{st} and 2^{nd} unit in the sample is $\frac{n(n-1)}{N(N-1)}$.
 3. The probability of not including the 1^{st} unit and including the 2^{nd} unit in the sample is $\frac{n(n-n)}{N(N-1)}$.
 4. The probability of including the 1^{st} unit but not including the 2^{nd} unit in the sample is $\frac{n(n-1)}{N(N-1)}$.
- 109.** तीन 'ब्लॉक' तथा चार 'ट्रीटमेंट' A, B, C तथा D वाले एक ब्लॉक डिजाइन पर विचार कीजिए जहाँ केवल A तथा B को 'ब्लॉक-1' के लिए, केवल A, B तथा D को 'ब्लॉक-2' के लिए, केवल C को 'ब्लॉक-3' के लिए रखा गया है। तब परिणामी ब्लॉक डिजाइन

1. अपूर्ण है तथा संबद्ध नहीं है
 2. अपूर्ण तथा असंतुलित है
 3. संतुलित तथा संबद्ध है
 4. न संतुलित है, न संबद्ध है
109. Consider a block design with three blocks and four treatments A, B, C and D where only A and B are allotted to block-1, only A, B and D are allotted to block-2 and only C is allotted to block-3. Then the resulting block design is
 1. incomplete and not connected
 2. incomplete and not balanced
 3. balanced and connected
 4. neither balanced nor connected
110. माने कि X एक धनात्मक याद्यिकचर है, जिसका प्रायिकता धनत्व फलन $f(x) = (\alpha x^{\alpha-1} + \beta x^{\beta-1})e^{-x^\alpha-x^\beta}; x > 0$ है जहाँ $\alpha > 0$ तथा $\beta > 0$. तब α तथा β के कुछ मानों के लिए X का जोखिम फलन हो सकता है
 1. एक वर्द्धमान फलन
 2. एक हासमान फलन
 3. एक अचर फलन
 4. एक अनु-एकटिष्ट फलन
111. Suppose X is a positive random variable with the following probability density function

$$f(x) = (\alpha x^{\alpha-1} + \beta x^{\beta-1})e^{-x^\alpha-x^\beta}; x > 0,$$
 for $\alpha > 0$ and $\beta > 0$. Then the hazard function of X for some choices of α and β can be
 1. an increasing function
 2. a decreasing function
 3. a constant function
 4. a non-monotonic function
112. माने कि ABC xy-तल में एक त्रिभुज है जिसका केंद्रक D है। निम्न में से कौन सा बिंदु कभी फलन $7x - 10y + 1$ का विनिमाइज़र नहीं हो सकता जब कि (x, y) त्रिभुज ABC के ऊपर पड़ जाता है?
 1. A 2. B
 3. C 4. D
113. Suppose ABC is a triangle on the xy-plane with centroid D. Which of the following points can NEVER be a minimizer of the function $7x - 10y + 1$ as (x, y) runs over the triangle ABC?
 1. A 2. B
 3. C 4. D
114. माने कि X_1, X_2, \dots, X_n एक याद्यिक नमूना है जो $(0, 2)$ पर एक समान बेन्ज से लिया गया है। तथा हर धन पूर्णक n के लिए $M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ । तब निम्न में से कौन से कथन सही है?
 1. $M_n \rightarrow 2$ निश्चित प्राय: रूप से
 2. $M_n \rightarrow 2$ प्रसंमात्र्य रूप से

3. $M_n \rightarrow 2$ बंटन से
 4. $\frac{M_n - 2}{\sqrt{n}}$ भ्राता मान्य बंटन में अभिसरित हो जाता है।
113. Suppose X_1, X_2, \dots, X_n is a random sample from the uniform distribution on $(0, 2)$ and $M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ for every positive integer n . Then which of the following statements are true?
 1. $M_n \rightarrow 2$ almost surely
 2. $M_n \rightarrow 2$ in probability
 3. $M_n \rightarrow 2$ in distribution
 4. $\frac{M_n - 2}{\sqrt{n}}$ converges in distribution to normal distribution
114. मानें कि X_1, X_2, \dots i.i.d. $N(0, 1)$ आदृष्टक चर हैं। मानें कि $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$, $\forall n \geq 1$. निम्न में से कौन से कथन सही हैं?
 1. $\frac{S_n - n}{\sqrt{2}} \sim N(0, 1)$ सभी $n \geq 1$ के लिए
 2. सब $\epsilon > 0$, $P\left(\left|\frac{S_n}{n} - 2\right| > \epsilon\right) \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$ के लिए
 3. $\frac{S_n}{n} \rightarrow 1$ प्रायिकता 1 के साथ
 4. $P(S_n \leq n + \sqrt{n}x) \rightarrow P(Y \leq x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$, जहाँ $Y \sim N(0, 2)$.
114. Let X_1, X_2, \dots be i.i.d. $N(0, 1)$ random variables. Let $S_n = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$, $\forall n \geq 1$. Which of the following statements are correct?
 1. $\frac{S_n - n}{\sqrt{2}} \sim N(0, 1)$ for all $n \geq 1$.
 2. For all $\epsilon > 0$, $P\left(\left|\frac{S_n}{n} - 2\right| > \epsilon\right) \rightarrow 0$ as $n \rightarrow \infty$.
 3. $\frac{S_n}{n} \rightarrow 1$ with probability 1.
 4. $P(S_n \leq n + \sqrt{n}x) \rightarrow P(Y \leq x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$, where $Y \sim N(0, 2)$.
115. अवस्था समुच्छ S के लिए मार्कोव शृंखला $\{X_n\}$ मानें। किसी $i, j \in S$ के लिए, $p_{ij}^{(n)}$ को i से j जाने के लिए n -चरणीय संक्रमण प्रायिकता मानें। अवस्था काल t ($t \in S$) यदि $d(i)$ मानें तो निम्न में से कौन से कथन सही हैं?
 1. यदि $d(i) = d(j)$ तब $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} > 0$.
 2. यदि $d(i) = d(j)$ तब $p_{ij}^{(n)} > 0$ तथा $p_{ji}^{(n)} > 0$ कुछ $n, m \geq 1$ के लिए
 3. यदि $p_{ij}^{(n)} > 0$ तथा $p_{ji}^{(n)} > 0$ कुछ $n, m \geq 1$ के लिए, तब $d(i) = d(j)$
 4. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} > 0$ का परिणामी है $d(i) = d(j)$
115. Let $\{X_n\}$ be a Markov chain with state space S . For any $i, j \in S$, let $p_{ij}^{(n)}$ denote the n -step transition probability of going from i to j . Let $d(i)$ denote the period of state i ($i \in S$). Which of the following statements are correct?
 1. If $d(i) = d(j)$ then $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} > 0$
 2. If $d(i) = d(j)$ then $p_{ij}^{(n)} > 0$ and $p_{ji}^{(n)} > 0$ for some $n, m \geq 1$
 3. If $p_{ij}^{(n)} > 0$ and $p_{ji}^{(m)} > 0$ for some $n, m \geq 1$, then $d(i) = d(j)$
 4. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{ij}^{(n)} > 0$ implies $d(i) = d(j)$
116. संक्रमण प्रायिकता आव्यूह P वाली मार्कोव शृंखला पर विचार करें।
 $P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$.
 किन्हीं भी दो अवस्थाओं i (तथा j) के लिए, $p_{ij}^{(n)}$ i से j जाने की n -चरणीय संक्रमण प्रायिकता इंगित करता है। सही कथनों को पहचानिए।
 1. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{11}^{(n)} = 2/9$.
 2. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{21}^{(n)} = 0$.
 3. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{32}^{(n)} = 1/3$.
 4. $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{13}^{(n)} = 1/3$.
116. Consider a Markov chain with transition probability matrix P given by
 $P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}$.
 For any two states i and j , let $p_{ij}^{(n)}$ denote the n -step transition probability of going from i to j . Identify correct statements.

The aim is to test $H_0: \theta = \theta_0$ against $H_1: \theta = \theta_1$. Which of the following statements are correct?

1. The test procedure with critical region $\{x = 2\}$ is a most powerful test of size 0.05
 2. The test procedure with critical region $\{x = -2\}$ is a most powerful test of size 0.05
 3. The test procedure with critical region $\{x = -1\}$ is not a most powerful test of its size
 4. The test procedure with critical region $\{x = 1\}$ is not a most powerful test of its size
120. माने कि $(\theta, \theta + 1)$ पर X_1, X_2, \dots, X_n एक समान बंटन में से लिया याद्यिक नमूना है, जहाँ $\theta \in \mathbb{R}$ एक अज्ञात प्राचल है। माने कि $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(n)}$ संगत क्रम प्रतिरक्षण हो। निम्न में से कौन से अंतराल θ के लिए $100(1 - \alpha)\%$ विश्वास्यता अंतराल हैं?
1. $(-\infty, X_{(n)} - \alpha^{1/n})$
 2. $(X_{(1)} + \alpha^{1/n} - 1, \infty)$
 3. $(X_n + \frac{\alpha}{2} - 1, X_n - \frac{\alpha}{2})$
 4. $(-\infty, X_1 - \alpha)$

120. Suppose X_1, X_2, \dots, X_n is a random sample from uniform distribution on $(\theta, \theta + 1)$, where $\theta \in \mathbb{R}$ is an unknown parameter. Let $X_{(1)} < X_{(2)} < \dots < X_{(n)}$ be the corresponding order-statistics. Which of the following are $100(1 - \alpha)\%$ confidence intervals for θ ?

1. $(-\infty, X_{(n)} - \alpha^{1/n})$
2. $(X_{(1)} + \alpha^{1/n} - 1, \infty)$
3. $(X_n + \frac{\alpha}{2} - 1, X_n - \frac{\alpha}{2})$
4. $(-\infty, X_1 - \alpha)$

FOR ROUGH WORK

IMS (Institute of Mathematical Sciences)
4-C-H